

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- 1 cahier de 25 pages de texte numérotées de **1 à 25**.
- 6 pages de documents annexes, numérotées de **1 à 6**.
- 1 cahier réponse numéroté de **1 à 22**, à rendre à la fin de l'épreuve.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Tournez la page S.V.P.

A

SYSTÈME PAPILLON MOTORISÉ POUR MOTEUR ESSENCE INJECTION DIRECTE

Contexte du marché automobile

Le marché automobile est marqué par deux facteurs. Une demande de véhicules bénéficiant d'une faible consommation qui n'a cessé de progresser au cours des dernières années, et la sévèrisation de la législation antipollution (cf. Figure 1).

L'attention des constructeurs se fixa d'abord sur la réduction des polluants contenus dans les gaz d'échappement, mais sans recherches spécifiques sur la réduction de la consommation.

L'évolution de la demande de véhicules écologiques et économiques, mais performants, impose la mise au point de nouveaux concepts de moteurs.

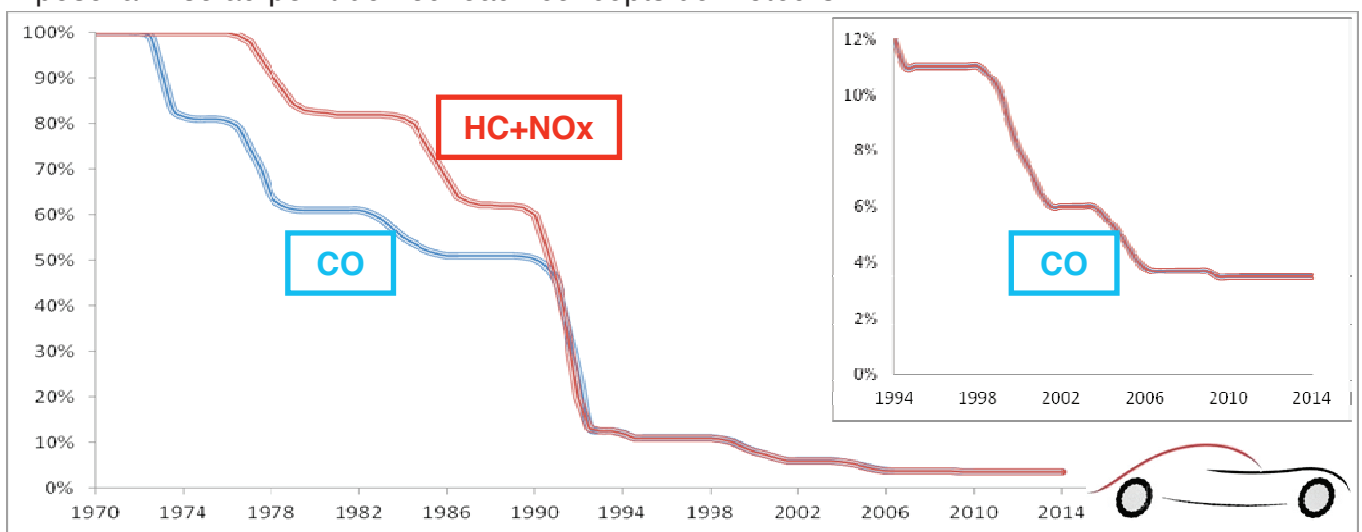
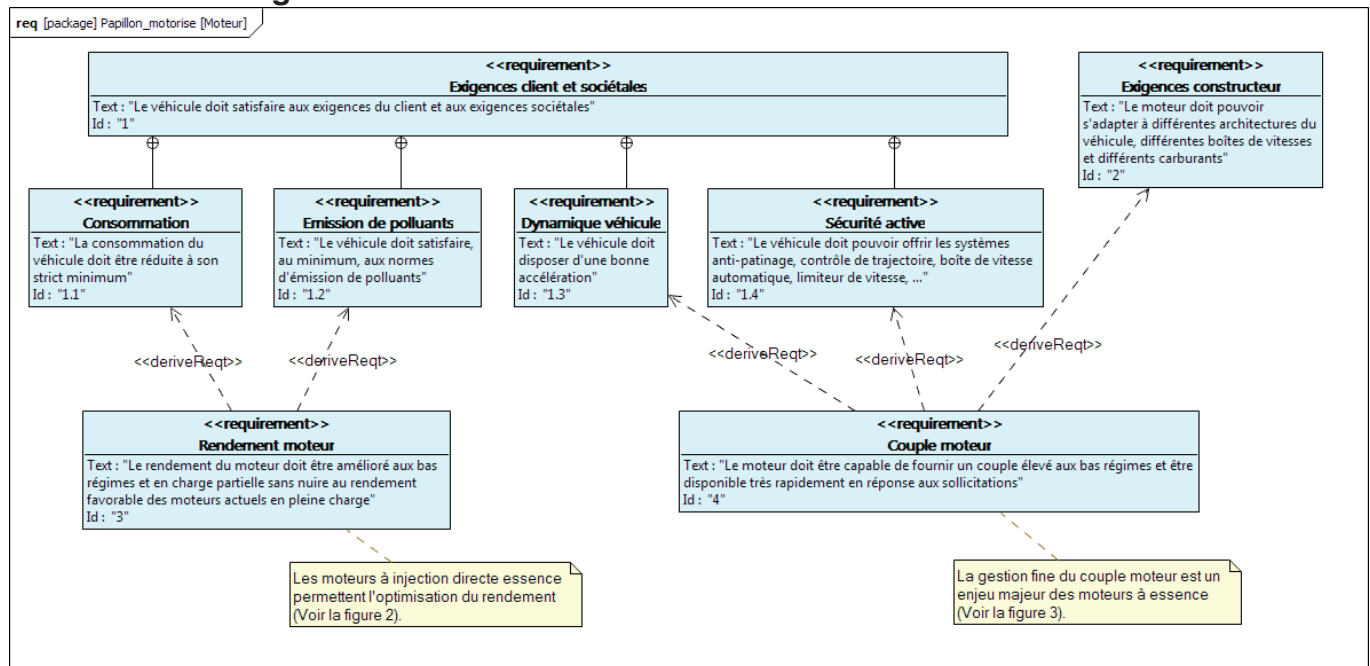


Figure 1 : évolution des limites d'émissions d'un véhicule particulier essence depuis 1970

Evolution des exigences



La prise en compte de ces nombreuses exigences ne peut être réalisée que par un système flexible facilement paramétrable : un système de contrôle moteur électronique (ECU ; Embedded Control Unit).

Petit à petit l'ECU supplante donc les systèmes mécaniques (historiquement le correcteur d'avance à l'allumage).

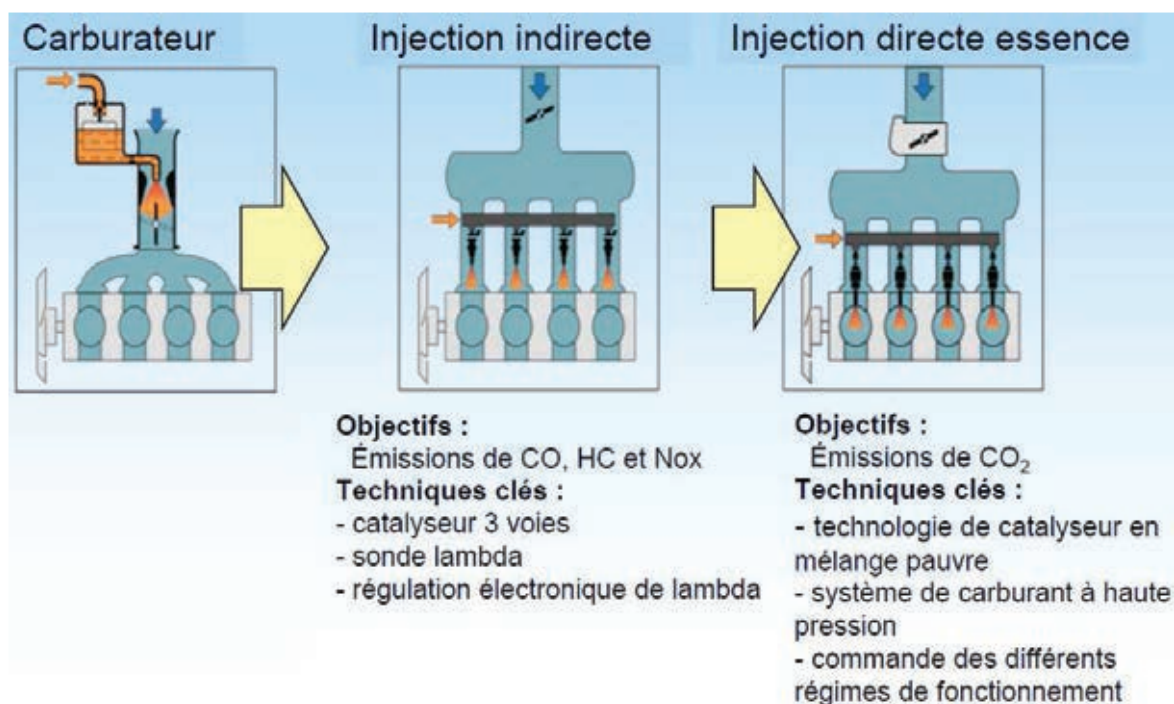


Figure 2 : historique sur la formation du mélange pour les moteurs essence

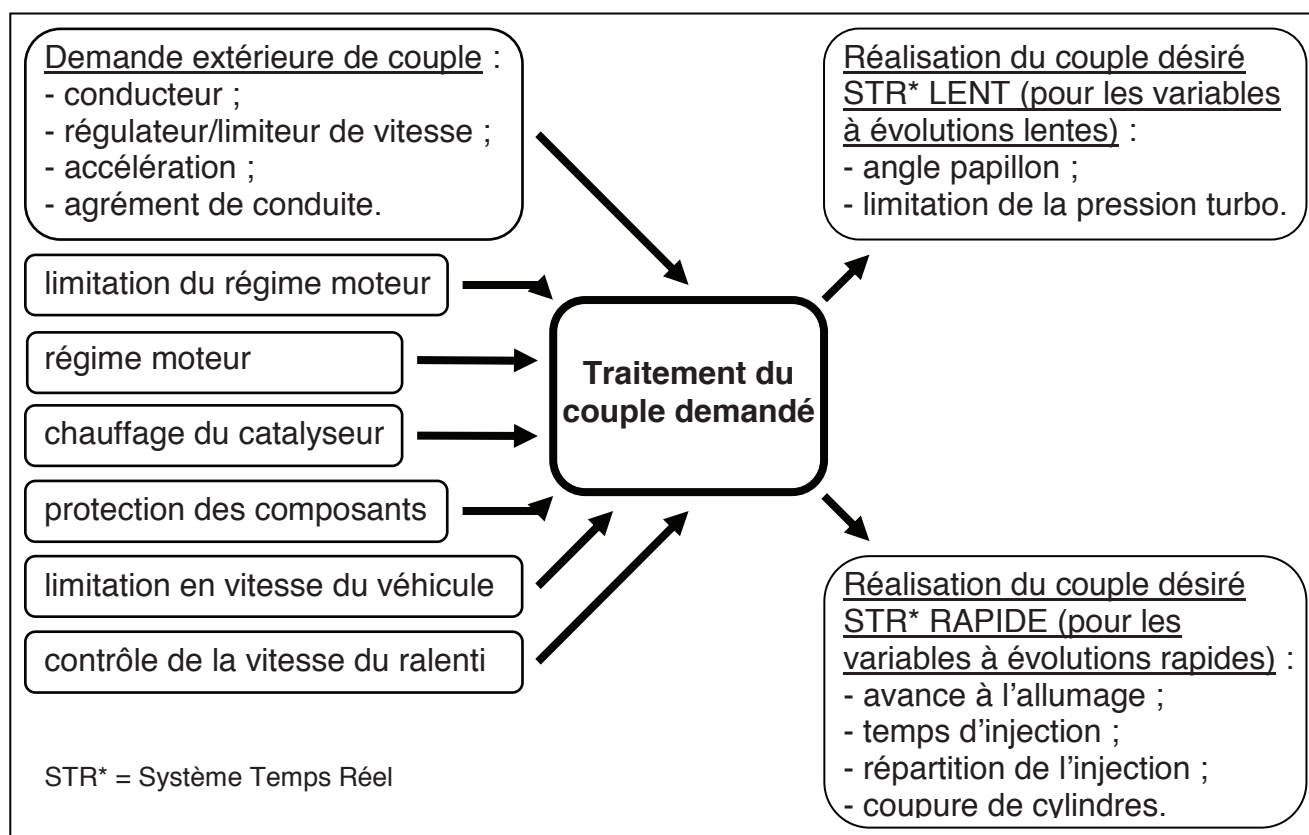


Figure 3 : structure de la gestion du couple dans un moteur

Architecture

La tâche principale de l'ECU est donc de régler le couple généré par le moteur. Cette ECU est reliée à un ensemble de capteurs et d'actionneurs (cf. Figure 4).

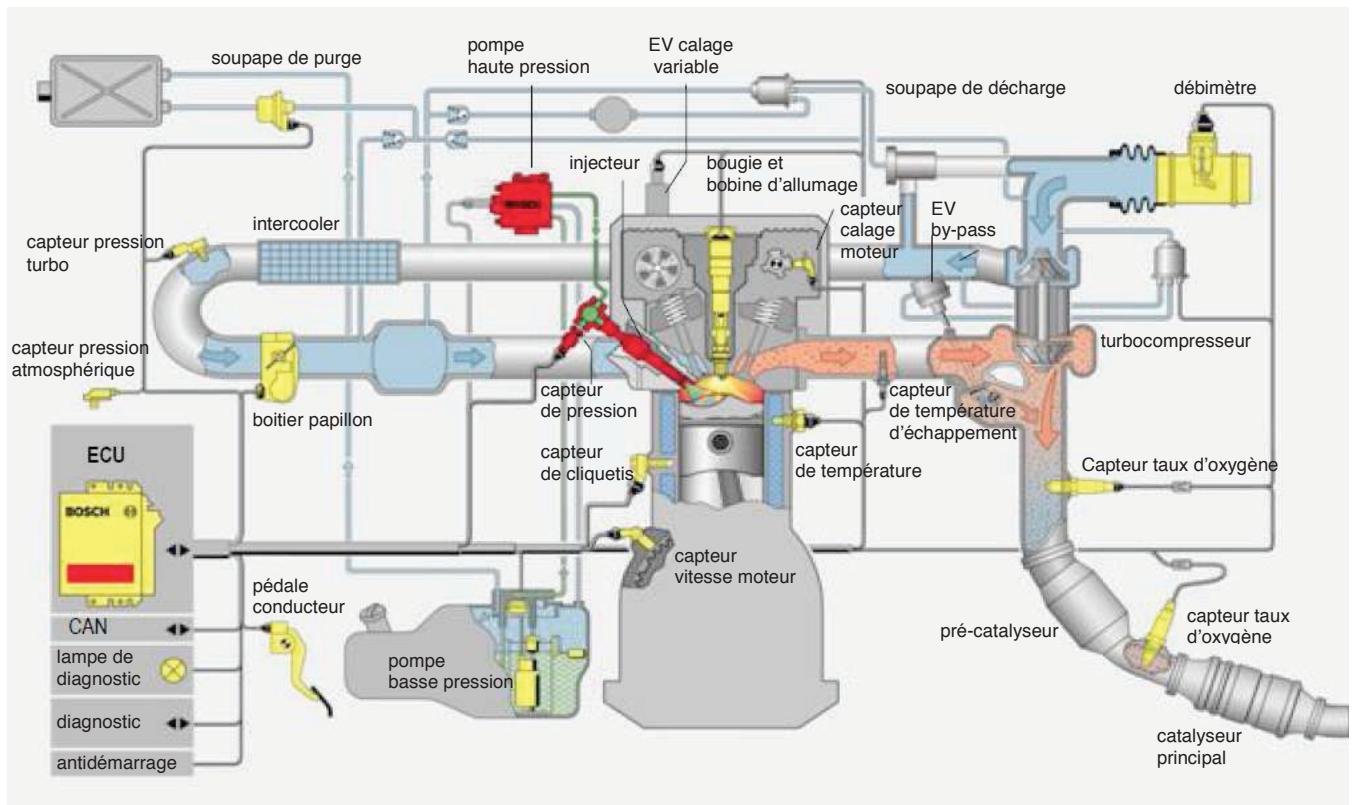


Figure 4 : architecture du contrôle d'un moteur essence à injection directe turbocompressé

Le couple généré par le moteur est intimement lié à la charge de gaz frais. Cette charge de gaz frais est réalisée par le boîtier papillon (cf. Figure 4) qui contrôle le flux d'air aspiré par le moteur. Si le papillon n'est pas complètement ouvert, l'air aspiré par le moteur est freiné et le couple généré diminue. Cet effet d'étranglement dépend de la position et donc de la section de passage du papillon.

L'ECU gère la position du papillon qui ne dépend donc plus exclusivement de la volonté du conducteur (par le biais de la position de la pédale d'accélérateur). Le câble reliant la pédale d'accélérateur au papillon a été remplacé par un papillon motorisé, ceci dans le but d'offrir des fonctionnalités supplémentaires (cf. Figure 5).

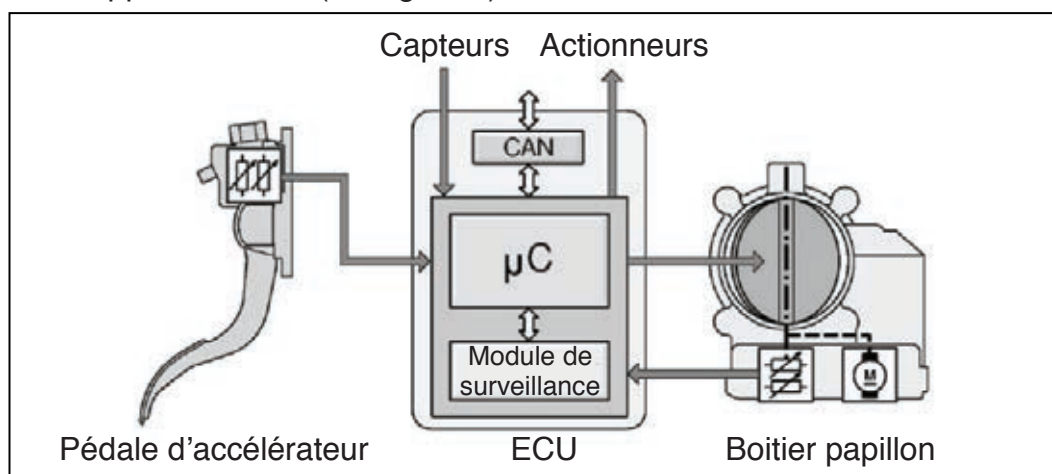


Figure 5 : architecture associée à la partie boîtier papillon

Une description SysML de l'architecture schématisée à la Figure 4 est donnée en ANNEXE (6 pages d'annexes fournies séparément du sujet). Elle précise les échanges d'informations au niveau de la commande.

Boîtier papillon

Le boîtier papillon est constitué essentiellement (cf. Figure 6) :

- d'une machine à courant continu (MCC) ❶ ;
- d'un potentiomètre à 2 pistes agissant en sens opposé l'une de l'autre en prise sur l'axe du papillon ❷ ;
- d'un réducteur à engrenages à denture droite reliant l'axe du papillon à celui de la MCC ❸ ;
- d'un ressort de rappel en prise sur l'axe de la vanne-papillon ❹ ;
- de la vanne-papillon et boîtier ❺.

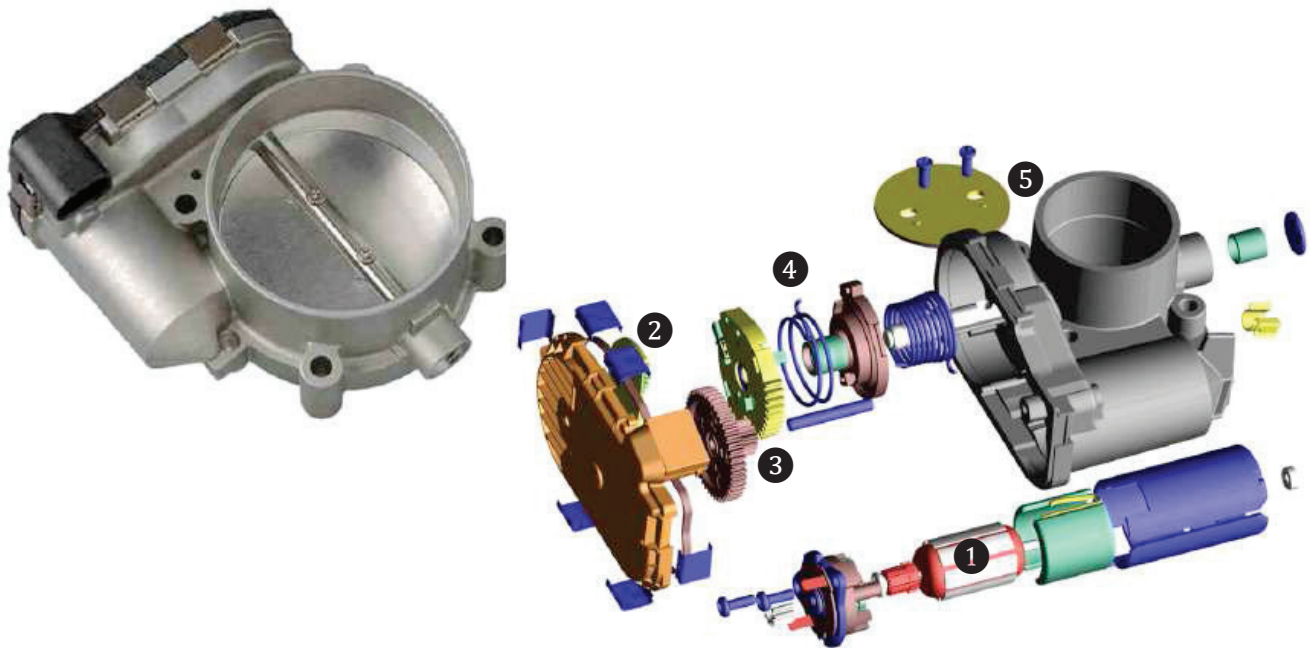


Figure 6 : boîtier papillon

Objectifs de l'étude

Ce sujet propose d'analyser, de modéliser et de valider certaines solutions choisies par un équipementier vis-à-vis de performances et de comportements désirés.

Après une lecture détaillée du sujet et de l'ANNEXE (**durée conseillée 20 min**), cette étude est l'occasion de traiter quatre parties indépendantes, elles-mêmes constituées de nombreuses questions qui peuvent être traitées séparément :

- la **Partie 1 (durée conseillée 30 min)** propose une analyse partielle de la gestion du couple moteur ;
- la **Partie 2 (durée conseillée 1h30)** développe les modèles mécaniques nécessaires à la synthèse de la commande et des fonctions de diagnostic ;
- la **Partie 3 (durée conseillée 2h10)** aborde la commande en position du papillon en s'intéressant aux problématiques d'une commande numérique synthétisée par un modèle continu ;
- la **Partie 4 (durée conseillée 0h30)** s'intéresse aux fonctions de surveillance et diagnostic embarquées.

ANALYSE PARTIELLE DE LA GESTION DU COUPLE MOTEUR

Le concepteur de l'ECU a choisi de décomposer les variables de gestion du couple moteur en 2 catégories (Cf. Figure 3).

Question 1 : quelle spécificité entre les variables a amené le concepteur à réaliser cette décomposition en 2 groupes de variables ?

Question 2 : à partir de la description fournie dans la partie PRESENTATION et l'ANNEXE, préciser les noms des éléments du moteur et des périphériques moteur qui ont été choisis pour prélever des informations à l'aide de capteurs permettant d'assurer la gestion du couple moteur.

MODELISATION MECANIQUE DU BOITIER PAPILLON

Modèle mécanique simplifié

Cette partie porte sur la validation de la solution adoptée et la recherche d'un modèle du comportement dynamique de la vanne-papillon, sur la base d'un modèle simplifié. Ce modèle sera complété dans la partie suivante afin de synthétiser la commande de la vanne-papillon. On considère que les actions mécaniques de frottement dans les différentes liaisons sont négligeables par rapport aux actions mécaniques mises en jeu. On donne dans le Diagramme 1, un extrait des exigences imposées sur le fonctionnement du boîtier papillon.

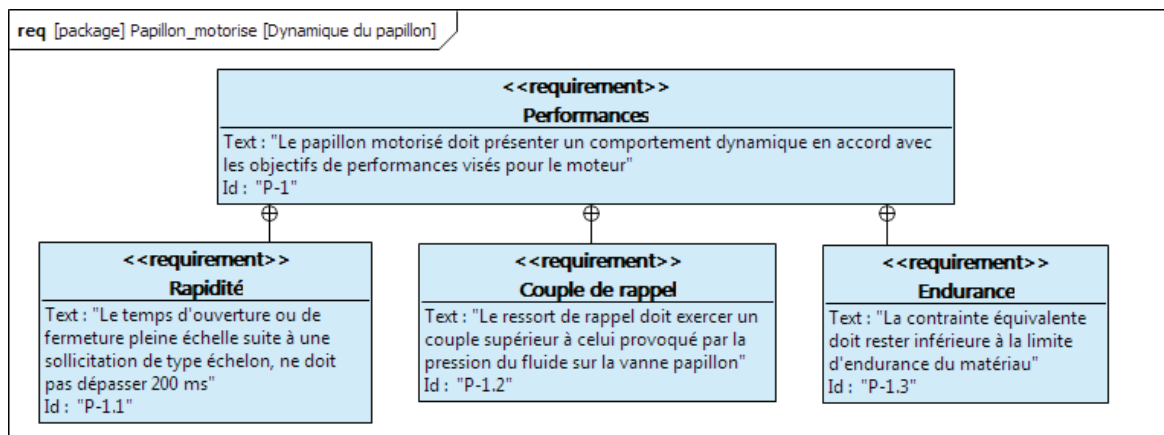


Diagramme 1 : Extrait des Exigences

On propose un modèle cinématique du mécanisme dans la Figure 7. La butée mécanique qui permet le positionnement angulaire de la vanne-papillon au repos, ni la butée mécanique qui délimite la rotation maximale de la vanne-papillon ne sont représentées. Le bâti sera considéré lié à un repère galiléen (\mathcal{R}_g).

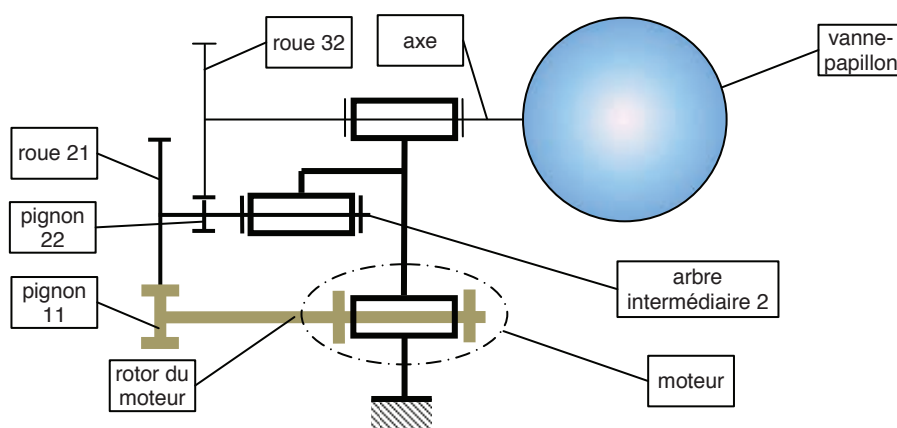


Figure 7 : modèle cinématique du boîtier papillon

A partir de ce schéma, nous pouvons poser un paramétrage cinématique :

- la rotation absolue (θ_s) de l'ensemble 3 {vanne-papillon ; axe ; roue dentée 32} ;
- la rotation absolue (θ) de l'ensemble 2 {arbre intermédiaire 2 ; pignon 22 ; roue dentée 21} ;
- la rotation absolue (θ_e) de l'ensemble 1 {pignon 11 ; rotor du moteur}.

Nous pouvons également noter les vitesses absolues de chacun des sous-ensembles cinématiques précédents : $\omega_s = \left(\frac{d\theta_s}{dt}\right)$; $\omega_l = \left(\frac{d\theta_l}{dt}\right)$; $\omega_e = \left(\frac{d\theta_e}{dt}\right)$.

Pour simplifier les écritures on posera $K_{red1} = \frac{\omega_l}{\omega_e}$, $K_{red2} = \frac{\omega_s}{\omega_l}$ et $K_{red} = \frac{\omega_s}{\omega_e}$

Nota : certaines données concernant les pignons, les roues et la machine à courant continu sont fournies en ANNEXE.

Dans tous les calculs de valeurs numériques, les simplifications, approximations ou hypothèses simplificatrices seront clairement énoncées et justifiées.

Question 3 : calculer la valeur numérique de la rotation absolue θ_e en degrés du rotor du moteur pour que la vanne-papillon tourne d'un angle égal à $\theta_s = 105^\circ$.

Nous disposons de certaines valeurs de moment d'inertie, notamment celle du moment d'inertie de l'ensemble 1 par rapport à son axe de rotation (J_1), égale à $4 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$ et celle du moment d'inertie de l'ensemble 2 par rapport à son axe de rotation (J_2), égale à $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$. Nous connaissons également la valeur du moment d'inertie de l'axe et du pignon 31 de l'ensemble 3 par rapport à l'axe de rotation (J_{axe}), égale à $3,4 \cdot 10^{-8} \text{ kg.m}^2$.

La géométrie de la vanne-papillon est sensiblement un disque lenticulaire qui peut être assimilé d'un point de vue cinétique à un disque plat d'épaisseur constante égale à $e_p = 2 \text{ mm}$. La vanne-papillon est en polymère (PEHD) de masse volumique notée ρ_{vp} . On note son diamètre D .

Question 4 : déterminer l'expression du moment d'inertie de la vanne-papillon par rapport à son axe de rotation, J_{pap} en fonction de ρ_{vp} , e_p et D . En déduire l'expression du moment d'inertie total J_3 de l'ensemble 3 par rapport à l'axe de rotation en fonction des différents moments d'inerties.

On prendra dans la suite du sujet $J_3 = 8,4 \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^2$

Question 5 : calculer l'énergie cinétique totale E_c des ensembles 1, 2 et 3 par rapport au repère galiléen \mathcal{R}_g . En déduire l'expression littérale du moment d'inertie équivalent du système complet, J_{eq} , rapportée à l'axe du moteur. Montrer que $J_{eq} \approx J_1$.

Pour permettre un retour de la vanne-papillon dans une position permettant un fonctionnement au ralenti du moteur en cas de défaillance du boîtier, un couple de précharge (valeur numérique fournie en ANNEXE) est appliqué par le ressort de rappel. Ce couple est exercé par un ressort hélicoïdal de torsion de raideur K_R (valeur numérique fournie en ANNEXE).

Question 6 : pour une rotation de 105° de la vanne-papillon, en déduire la valeur de l'accroissement maximum de couple exercé par le ressort sur l'axe, ΔC_R (on pourra poser $105^\circ \approx 2\text{rad}$). Conclure sur l'hypothèse de couple constant exercé par le ressort sur l'axe.

Dans la suite du sujet, nous supposons :

- que le couple de rappel C_r est constant et égal à sa valeur de précharge fournie en ANNEXE ;
- que le rapport de réduction du réducteur est $k_{red} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{1}{20}$;
- que $J_{eq} = 4.10^{-6}$ kg.m².

Nous pouvons désormais mettre en place les actions mécaniques dans le système lors d'une phase de commande :

- les actions de liaison ;
- l'action du moteur par rapport au bâti. La valeur du couple nominal C_n exercé par le moteur sur le pignon d'entrée est fourni en ANNEXE ;
- l'action du ressort de rappel entre le bâti et la vanne-papillon (précharge) ;
- l'action du flux d'air sur la vanne-papillon sera considérée comme négligeable devant l'action du ressort.

Question 7 : écrire, à partir du Théorème de l'énergie-puissance appliqué sur le système des ensembles 1, 2 et 3, l'équation reliant le couple moteur C_m et le couple exercé par le ressort à la dynamique du système isolé.

Question 8 : à partir de l'équation précédente, déterminer l'expression littérale de la valeur du couple moteur C_m à appliquer sous la forme d'un échelon, pour qu'en un temps $t_{ouverture}$, la vanne-papillon s'ouvre d'un angle de rotation θ_s .

Question 9 : calculer la valeur numérique du couple C_m qui permet de respecter l'exigence de rapidité (on pourra poser $105^\circ \approx 2\text{rad}$). Conclure sur la faisabilité d'une telle ouverture si le concepteur limite le couple moteur à son couple nominal.

Lors d'une défaillance du moteur, nous pouvons faire le bilan suivant des actions mécaniques dans le système :

- les actions de liaison ;
- l'action du moteur : le couple exercé par le moteur sur le pignon d'entrée est égal à $C_m = 0$ mN ;
- l'action du ressort de rappel entre le bâti et la vanne-papillon (précharge) ;
- L'action du flux d'air sur la vanne-papillon reste considérée comme négligeable devant l'action du ressort.

Question 10 : à partir de l'écriture judicieuse du Théorème de l'énergie-puissance, déterminer l'expression littérale du temps t_{retour} que met la vanne-papillon pour revenir complètement à sa position de repos depuis la position complètement ouverte.

Question 11 : calculer la valeur numérique de ce temps (on pourra poser $105^\circ \approx 2\text{rad}$). Quel dommage peut apparaître pour un temps de retour très faible ?

Question 12 : calculer la valeur de l'énergie cinétique E_c du système au moment du choc en ne tenant compte que de l'ensemble 3. En s'appuyant sur les informations données en ANNEXE, et pour une section de denture égale à $S_{dent} = b.m$, conclure si le matériau supporte l'impact.

Dans le but de valider le choix de matériaux, nous allons considérer la situation la plus sollicitante : celle où le système est bloqué sur une butée mécanique (en ouverture ou en fermeture) alors que le moteur exerce son couple nominal.

Question 13 : déterminer, pour chaque engrenage, l'expression de la force normale de contact sur les dentures (F_{12} et F_{23}). Calculer les valeurs numériques.

On rappelle que la contrainte due à la flexion dans un engrenage peut être déterminée en respectant la relation suivante : $m \geq \frac{5,5.F}{b.\sigma_{adm}}$, où m est le module de la denture, F , l'effort normal sur la denture, b , la largeur de la denture et σ_{adm} , la contrainte normale maximale admissible.

Question 14 : déterminer, pour chaque engrenage, la valeur de la contrainte normale admissible σ_{adm12} et σ_{adm23} dans les dentures due à la flexion. Conclure sur le choix de matériau des engrenages donné en ANNEXE du sujet.

COMMANDE EN POSITION DU PAPILLON

Cette partie a pour objectif de définir une architecture asservie de commande en position du papillon pour respecter les exigences demandées. Celles-ci sont présentées dans le Diagramme 2 ci-dessous.

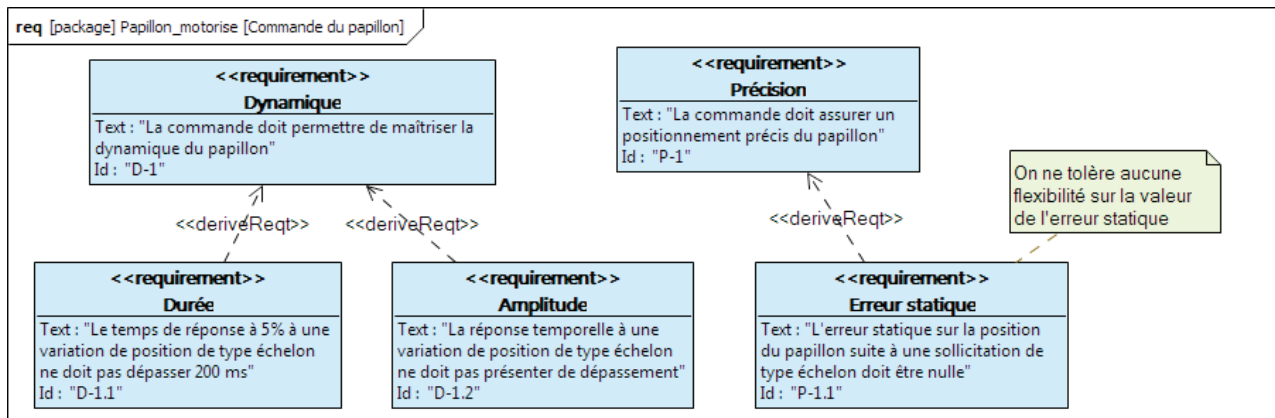


Diagramme 2 : Extrait des exigences

Dans une 1^{ère} partie on s'attachera à la modélisation de certains éléments constituant le système.

Dans une 2^{nde} partie on s'attachera à la synthèse en continu de la commande en courant de la machine à courant continu (MCC), intégration dans la commande numérique puis comparaison des résultats de deux commandes.

Dans une 3^{ième} partie on s'attachera à la synthèse de la commande en position du papillon.

L'implémentation de la stratégie de commande est réalisée dans l'ECU (Embedded Control Unit), donc un système numérique. En première approche, au regard de la fréquence d'échantillonnage des différentes variables, on se placera dans le cadre d'une représentation par système continu du temps. En seconde approche on se placera dans le cadre d'une représentation discrète des variables ; les valeurs des variables ne sont plus connues qu'à chaque période d'échantillonnage T_e .

On notera les fonctions dans le domaine temporel continu par une lettre minuscule (e.g. $i(t)$) et leur transformée de LAPLACE par une lettre majuscule (e.g. $I(p)$).

On notera les fonctions dans le domaine temporel discret par une lettre minuscule (e.g. $i(k.T_e)$) associées au $k^{\text{ième}}$ échantillon à l'instant temporel $k.T_e$ avec T_e la période d'échantillonnage.

On se place dans le cadre de la modélisation aux variations, les conditions initiales n'apparaîtront pas.

3.1 Modélisation

3.1.1 Modélisation du hacheur

La machine à courant continu (MCC) est alimentée par un module d'électronique de puissance piloté par l'ECU (cf. Figure 8 –H-Bridge Concept– alias hacheur pont en H).

Ce hacheur pont en H est construit à l'aide d'un circuit intégré de puissance Infineon TLE 7209 (cf. Figure 9). Ce hacheur a une fréquence de découpage de 5kHz. Le réseau de bord de puissance de 14,4V est branché sur les bornes Vs et GND. La MCC est branchée sur les bornes OUT1 et OUT2.

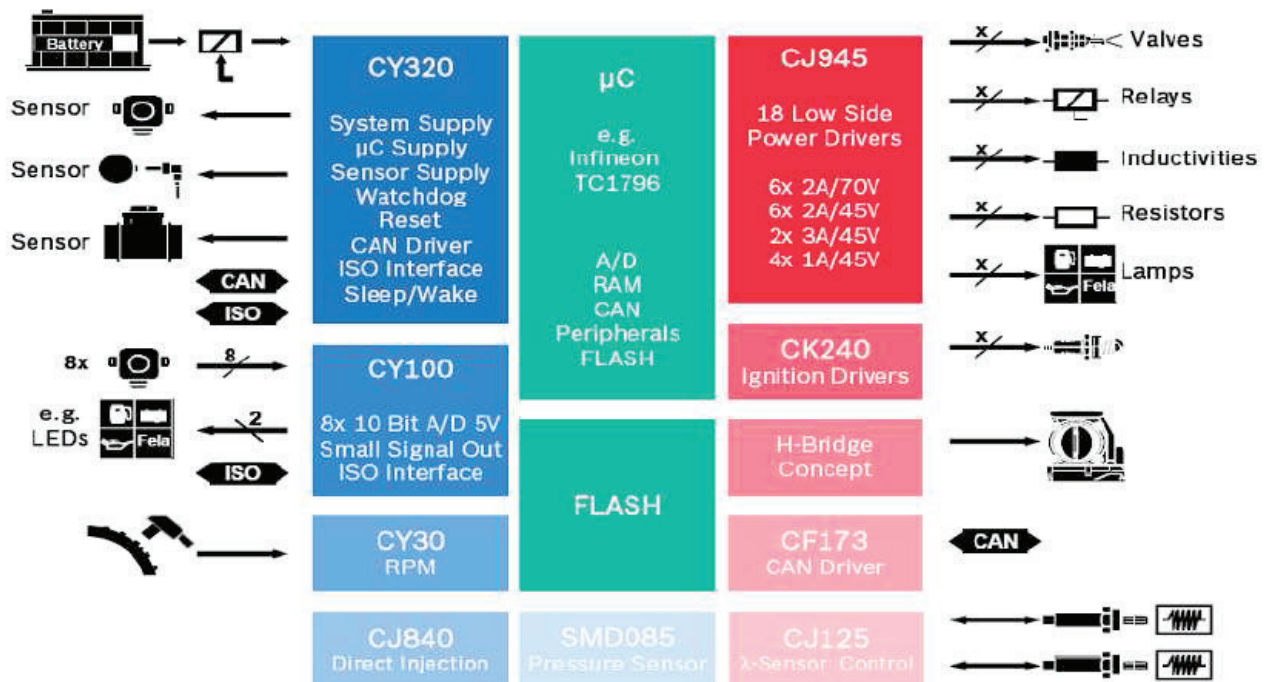


Figure 8 : architecture ECU, capteurs et actionneurs

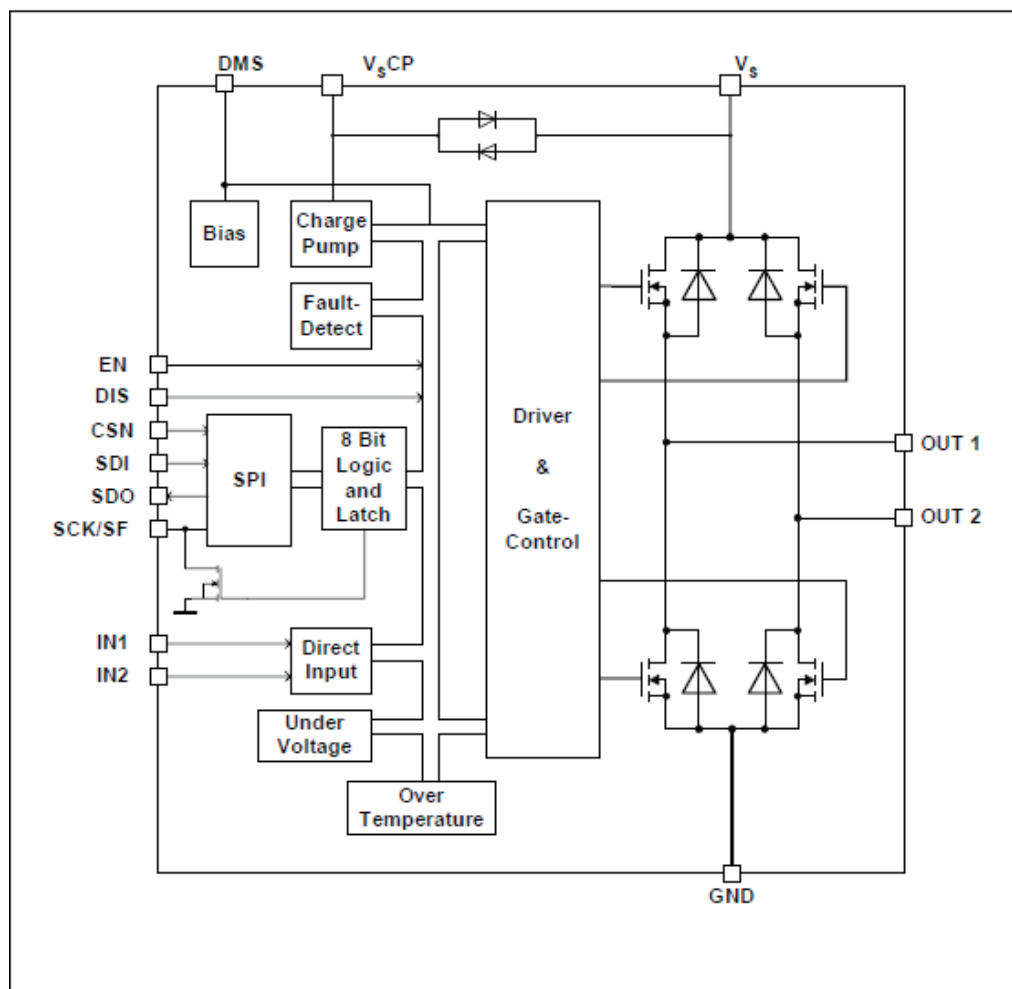


Figure 9 : block diagram du pont en H Infineon TLE 7209

Une structure simplifiée du hacheur pont en H est présentée à la Figure 10.

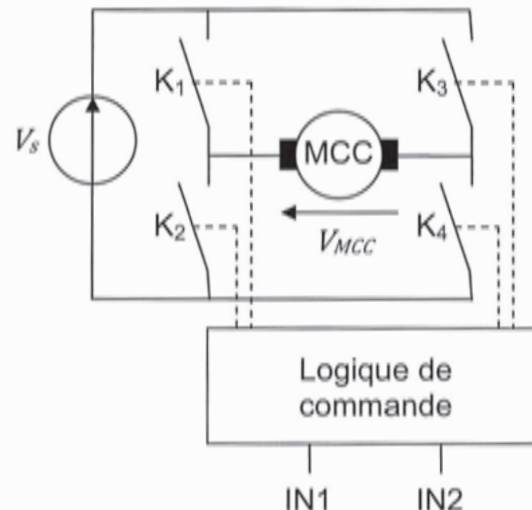


Figure 10 : schéma synoptique d'un hacheur pont en H

La stratégie de commande des interrupteurs K_1 à K_4 sur une période de découpage T est la suivante :

- sur $t \in]0, \alpha T]$, K_1 et K_4 sont fermés et K_2 et K_3 sont ouverts ;
- sur $t \in]\alpha T, T]$, K_1 et K_4 sont ouverts et K_2 et K_3 sont fermés.

α est le rapport cyclique $\in [0, 1]$.

Question 15 : tracer sur le chronogramme l'allure de la forme d'onde de la tension V_{MCC} alimentant la MCC pour l'état des interrupteurs K_1 à K_4 fourni. On précisera sur le chronogramme l'amplitude du signal V_{MCC} .

La logique de commande des interrupteurs K_1 à K_4 développé dans le TLE 7209 (Cf. Figure 9) en fonction des entrées IN1 et IN2 est la suivante :

- si IN1 est à « 1 » et IN2 à « 0 » alors $V_{MCC} = V_s$;
- si IN1 est à « 0 » et IN2 à « 1 » alors $V_{MCC} = -V_s$;
- dans toutes les autres combinaisons que peuvent prendre IN1 et IN2 les interrupteurs K_1 à K_4 ne sont pas commandés et restent donc ouverts.

Question 16 : déterminer les équations booléennes des interrupteurs K_1 à K_4 en fonction de IN1 et IN2.

Question 17 : quel problème apparaît si l'on ferme simultanément K_1 et K_2 ?

Question 18 : déterminer la valeur moyenne de la tension alimentant la MCC, V_{MCCavg} en fonction de V_s et α .

Le modèle obtenu à la question précédente est un modèle de régime statique. Dans l'optique d'obtenir un modèle adapté à la commande en régime variable on recherche un modèle aux variations. Physiquement cela revient à ne pas prendre en compte le point de polarisation donc mathématiquement à supprimer l'effet des constantes.

Question 19 : déduire de l'équation précédente la relation aux variations reliant $V_{MCCavg}(t)$ à $\alpha(t)$ de paramètre V_s .

Quels que soient les résultats obtenus aux parties précédentes on pose le modèle suivant :

$$V_{MCCavg}(t) = 29. \alpha(t)$$

Le pont en H est une structure non-linéaire, la mise à jour d'une nouvelle valeur de $\alpha(t)$, fournie par le directeur de commande de l'ECU, ne peut se faire qu'au début de la période de découpage. Le retard dans la prise en compte d'une nouvelle valeur de $\alpha(t)$ est donc compris entre 0 et T . On se propose de choisir un retard statistique de $T/2$ dans la prise en compte d'un nouvel $\alpha(t)$.

Question 20 : déterminer la transmittance dans le domaine de LAPLACE $\frac{V_{MCCavg}(p)}{\alpha(p)}$ correspondant au modèle aux variations du hacheur pont en H avec prise en compte du retard statistique de $T/2$.

3.1.2 Modélisation de la MCC

Le modèle dans le domaine de LAPLACE couramment utilisé pour représenter le comportement électromécanique d'une MCC à aimant permanent est présenté à la Figure 11.

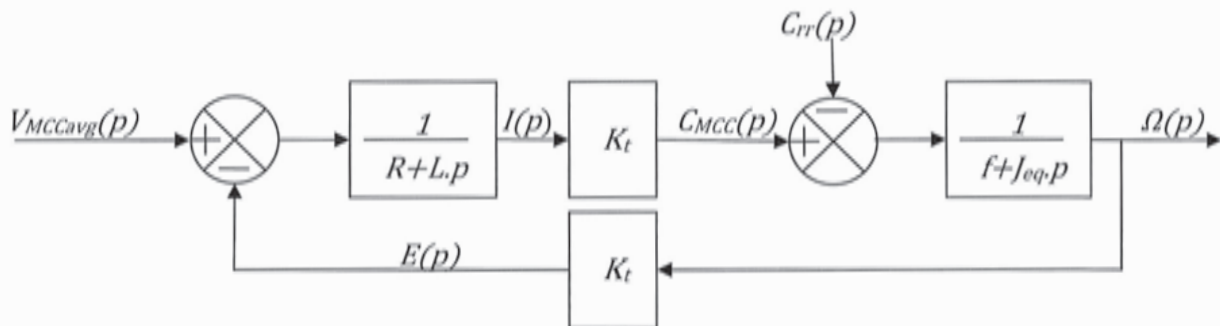


Figure 11 : schéma bloc de la MCC avec la charge

Les variables dans le domaine de LAPLACE représentent :

- $V_{MCCavg}(p)$, tension d'alimentation de la MCC fournie par le hacheur ;
- $I(p)$, courant dans l'induit de la MCC ;
- $E(p)$, force électromotrice induite de la MCC ;
- $C_{MCC}(p)$, couple mécanique fourni par la MCC ;
- $C_{rr}(p)$, couple de rappel du ressort ramené à l'axe de la MCC considéré comme constant (Le couple de rappel du ressort sur l'axe du papillon est $C_r(t)=1,7N.m$) ;
- $\Omega(p)$, vitesse de rotation de la MCC.

Les valeurs spécifiques des variables de la MCC sont données en ANNEXE.

Les paramètres mécaniques de la chaîne d'énergie ramenés à l'axe de la MCC, sont :

- $f = 0,5.10^{-3} N.m.s$, coefficient de frottement fluide ramené à l'axe de la MCC ;
- $J_{eq} = 4.10^{-6} kg.m^2$, moment d'inertie équivalent ramené à l'axe de la MCC.

Question 21 : déterminer numériquement les deux constantes de temps de la chaîne directe en asservissement du schéma bloc de la Figure 11. Comparer ces deux valeurs et émettre une conclusion quant à la rapidité d'évolution de la variable vitesse $\omega(t)$ par rapport à la rapidité d'évolution de la variable courant $i(t)$.

Afin de protéger la MCC et la chaîne cinématique qu'elle entraîne le concepteur a choisi de mettre en place une boucle d'asservissement du courant $i(t)$ injecté dans la MCC avec une structure de correction série (cf. Figure 12).

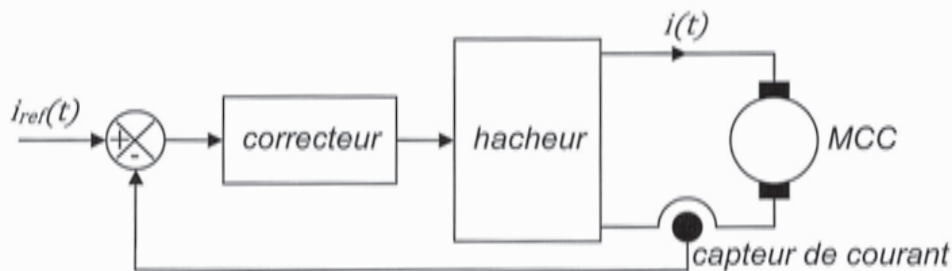


Figure 12 : schéma bloc de la MCC et hacheur modèle non linéaire

On cherche donc à développer un modèle simple de la MCC concernant la partie courant en négligeant l'influence de la variation de vitesse.

Question 22 : en s'appuyant sur la conclusion émise à la question précédente, donner la transmittance modèle, d'entrée de commande $V_{MCCavg}(p)$ et de sortie $I(p)$.

Question 23 : à partir d'une vitesse $\omega(t)$ nulle, d'un courant $i(t)$ nul et d'une tension $V_{MCCavg}(t)$ nulle on applique un échelon de tension $V_{MCCavg}(t)$ d'amplitude 14,4 V. Déterminer la valeur approximative du courant maximal dans la MCC, I_{max} . Comparer cette valeur à la valeur constructeur maximale admissible par la MCC.

3.2 Synthèse de la boucle de courant de la MCC

3.2.1 Linéarisation et simplification du modèle continu en boucle ouverte de la MCC avec le hacheur

Quels que soient les résultats obtenus aux parties précédentes on pose le modèle suivant de la Figure 13 :

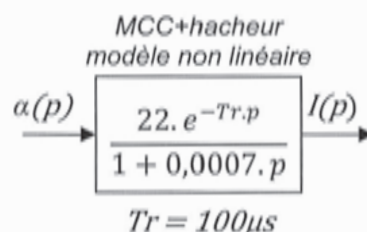


Figure 13 : schéma bloc de la MCC et hacheur modèle non linéaire

Cette transmittance est non-linéaire. On cherche à linéariser cette transmittance par approximation du terme en exponentielle.

Trois approximations sont usuellement utilisées :

- $e^{-Tr \cdot p} = 1$, le retard pur est négligeable devant les dynamiques attendues par le système (pour une pulsation $\omega \leq \frac{1}{5 \cdot Tr}$) ;
- $e^{-Tr \cdot p} = \frac{1}{1 + Tr \cdot p}$, approximation par un 1^{er} ordre (pour une pulsation $\omega \leq \frac{1}{2 \cdot Tr}$) ;
- $e^{-Tr \cdot p} = \frac{1 - \frac{Tr}{2} \cdot p}{1 + \frac{Tr}{2} \cdot p}$, approximation dite de Padé (pour une pulsation $\omega \leq \frac{2}{Tr}$).

Question 24 : démontrer, par utilisation de développements en série, quelle approximation est la plus précise.

La gestion du boîtier papillon est considérée dans la cartographie moteur comme un système lent (en regard de la gestion des injecteurs entre autres, cf. Figure 3). En conséquence, le concepteur a défini que la boucle de courant doit satisfaire les exigences suivantes :

	[Label]	id	name	text
1	<<Requirement>>..	E_BFI-1	Rapidité	La bande passante à -3dB en boucle fermée doit se situer à la valeur $\omega_{BFI} = 2000 \text{ rad/s}$
2	<<Requirement>>...	E_BFI-2	Dynamique	Le comportement temporel de la boucle fermée doit être apériodique

Question 25 : en comparant les pulsations de limite de validité des trois approximations du retard pur à la pulsation de coupure ω_{BFI} , choisir un modèle de représentation le plus simple possible représentant correctement le retard pur au regard de la rapidité attendue de la boucle de courant.

L'architecture de contrôle moteur est implémentée dans l'ECU qui est un système numérique. Dans cette étude, on se limite à l'analyse de la boucle de courant avec une structure de correction simple (correction proportionnelle).

L'objectif de cette étude est la mise en œuvre sur la boucle de courant d'une commande analogique (domaine continu) puis numérique (domaine discret) en vue de les comparer.

La boucle de courant est plus rapide que la boucle de position. Si les méthodes de réglage avec méthodes analogiques (plus classique dans le monde industriel) et numériques de la boucle de courant fournissent des résultats similaires, l'analyse d'autres boucles d'asservissement plus lentes pourront être réalisées avec les méthodes classiques des modèles continus.

3.2.2 Synthèse de la boucle de courant de la MCC en continu

La structure retenue pour la boucle de courant est présentée à la Figure 14.

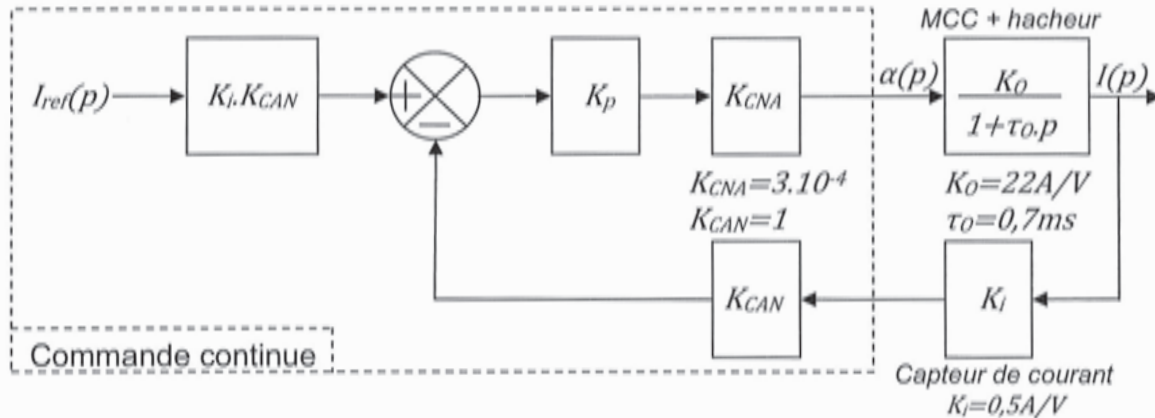


Figure 14 : Schéma bloc de la boucle de courant avec commande continue et modèle du processus continu

Pour simplifier les équations on posera $K_s = K_i.K_{CAN}.K_{CNA}.K_O$

Question 26 : déterminer sous forme littérale et canonique la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{I(p)}{I_{ref}(p)}$.

Question 27 : déterminer les valeurs de K_p sous forme littérale assurant un système stable.

Question 28 : déterminer le gain statique du système bouclé continu G_{SIC} sous forme littérale.

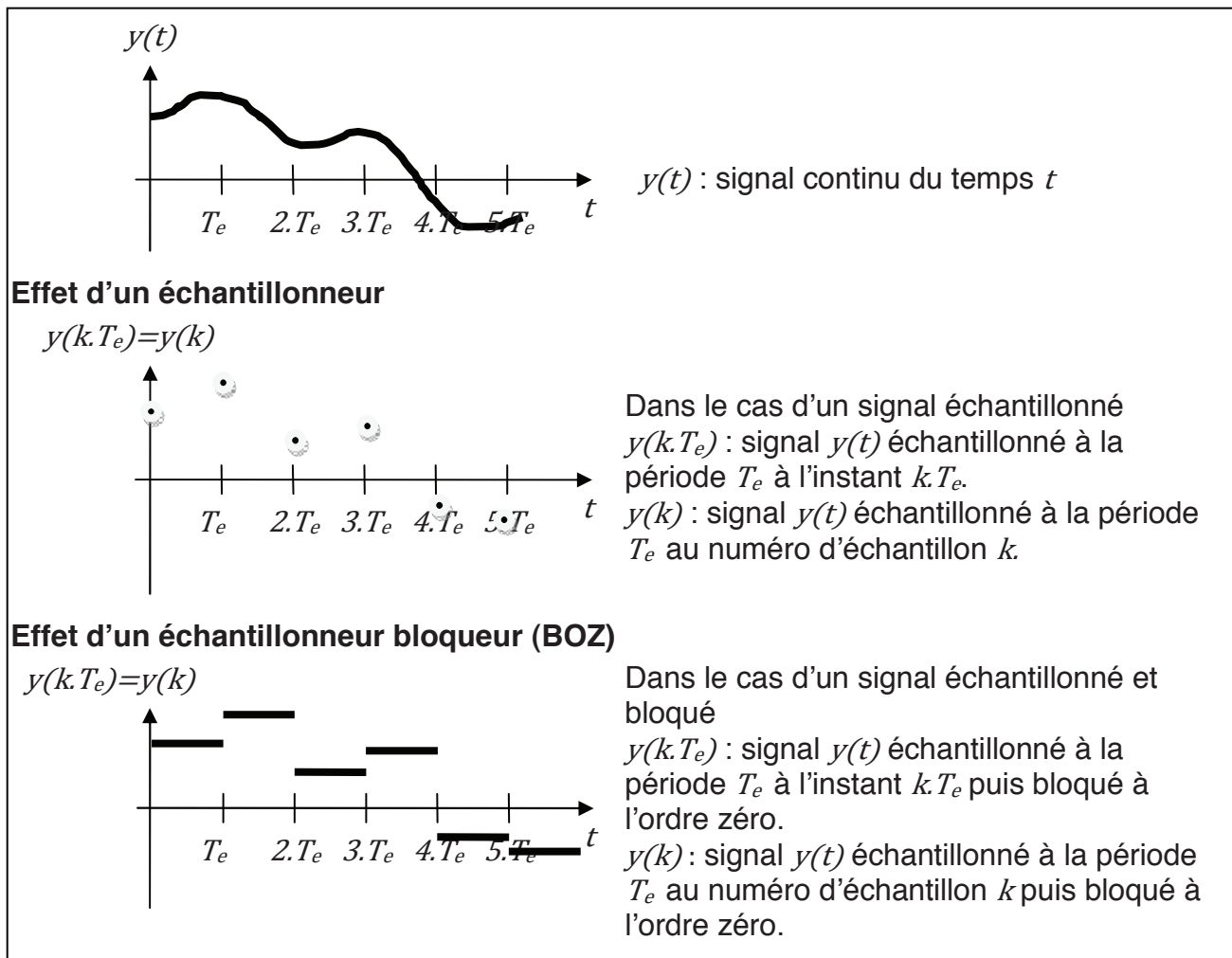
Question 29 : déterminer la forme littérale puis la valeur numérique de K_p répondant aux exigences de la boucle de courant.

Quel que soit le résultat obtenu précédemment on pose pour le correcteur proportionnel de la synthèse de la boucle de courant de la MCC en continu : $K_p=120$.

Question 30 : écrire la transmittance sous forme littérale et canonique de la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{I(p)}{I_{ref}(p)}$ en fonction de G_{SIC} et τ_F (on note τ_F , constante de temps en boucle fermée). En déduire l'original sous forme littérale $i(t)$ de $I(p)$ en réponse à l'échelon unitaire pour $i_{ref}(t)$.

3.2.3 Synthèse de la boucle de courant de la MCC en numérique

Définition des différents signaux intervenant dans une commande numérique d'un processus continu du temps :



La structure retenue pour la boucle de courant est présentée à la Figure 15.

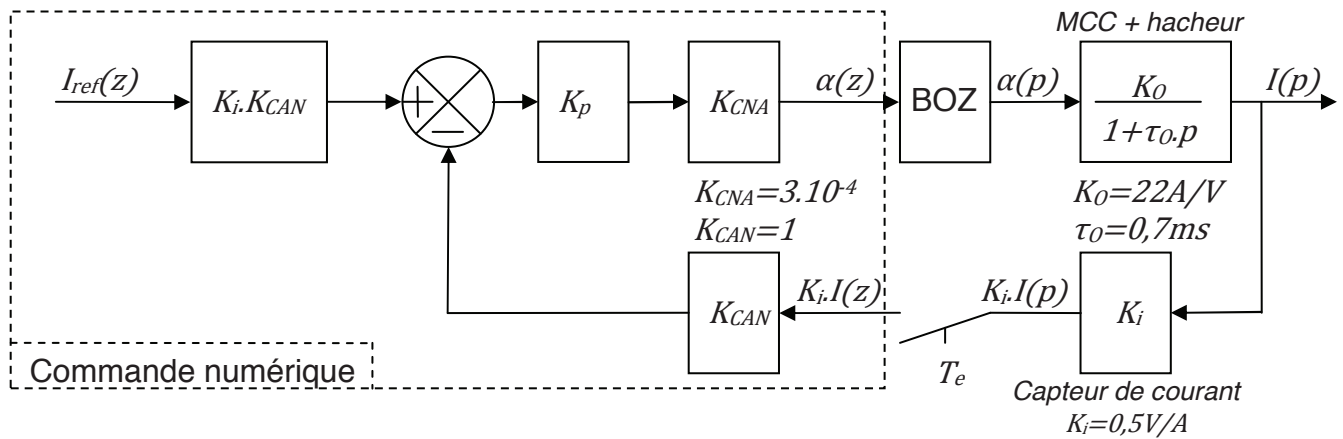
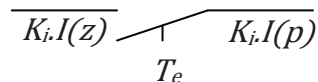


Figure 15 : Schéma bloc de la boucle de courant avec commande numérique et modèle du processus continu

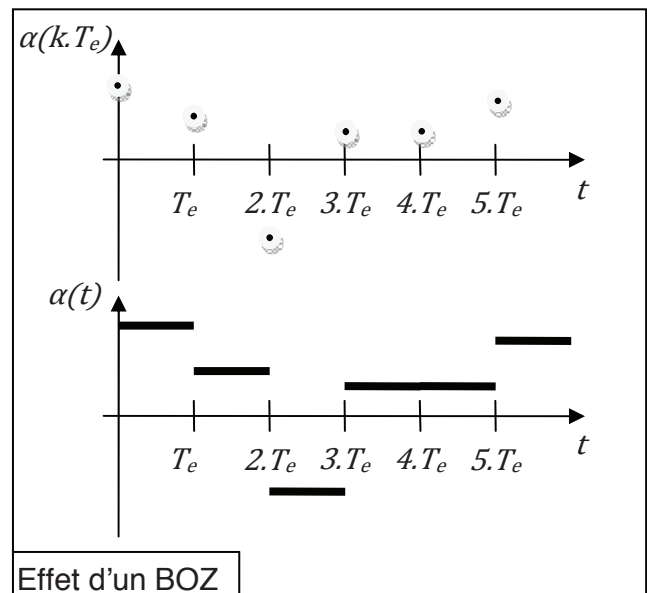
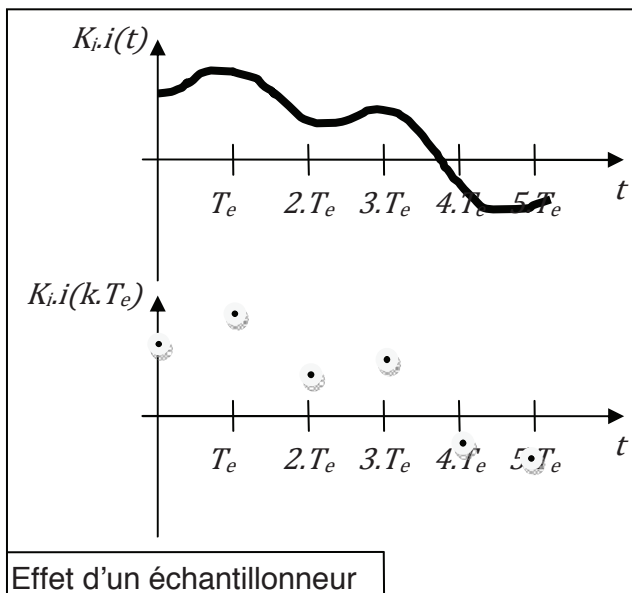
Pour simplifier les équations on posera $K_S = K_i.K_{CAN}.K_{CNA}.K_O$

Le BOZ est un Bloqueur d'Ordre Zéro : à chaque pas d'échantillonnage, le BOZ émettra et bloquera la valeur $\alpha(k.T_e)$ du $k^{\text{ième}}$ échantillon sur une durée correspondant à la période d'échantillonnage T_e .

L'échantillonneur (interrupteur) représenté comme suit :



échantillonnera la valeur $K_i.i(t)$ pour fournir la valeur $K_i.i(k.T_e)$ à la commande numérique à chaque instant d'échantillonnage.



Question 31 : à partir de la transmittance $\frac{I(p)}{\alpha(p)}$ (cf. Figure 15), déduire une équation différentielle littérale de la forme $\frac{di(t)}{dt} + a.i(t) = b.\alpha(t)$.

Question 32 : déterminer sous forme littérale la solution $i(t)$ de l'équation différentielle précédente avec un échelon d'amplitude α_k pour l'excitation $\alpha(t)$, une condition initiale i_k sur $i(t)$ et les paramètres K_O et τ_O . On présentera le résultat sous la forme $i(t)$ =régime libre+régime forcé (le régime libre ne dépend que de la condition initiale et le régime forcé ne dépend que de l'excitation).

On pose :

- T_e la période d'échantillonnage ;
- on pose $i(k.T_e)=i_k$ la valeur du courant dans la MCC à l'instant $k.T_e$ correspondant au $k^{\text{ème}}$ échantillon ;
- on pose $i((k+1).T_e)$ la valeur du courant dans la MCC à l'instant $(k+1).T_e$ correspondant au $(k+1)^{\text{ème}}$ échantillon ;
- on pose $\alpha(k.T_e)=\alpha_k$ la valeur de l'excitation à l'instant $k.T_e$. Cette valeur est constante pendant toute la période d'échantillonnage ($t \in [k.T_e, (k+1).T_e[$; effet du BOZ –Bloqueur d'Ordre Zéro-).

Question 33 : en écrivant l'équation obtenue à la question précédente pour $t=(k+1)T_e$ et pour l'instant initial $k.T_e$, déterminer l'équation de récurrence du système en boucle ouverte sous la forme $i((k+1).T_e)+f_O.i(k.T_e)=g_O.\alpha(k.T_e)$. Donner f_O et g_O en fonction de K_O et τ_O .

Le système obtenu par discrétisation du processus continu est présenté à la Figure 16.

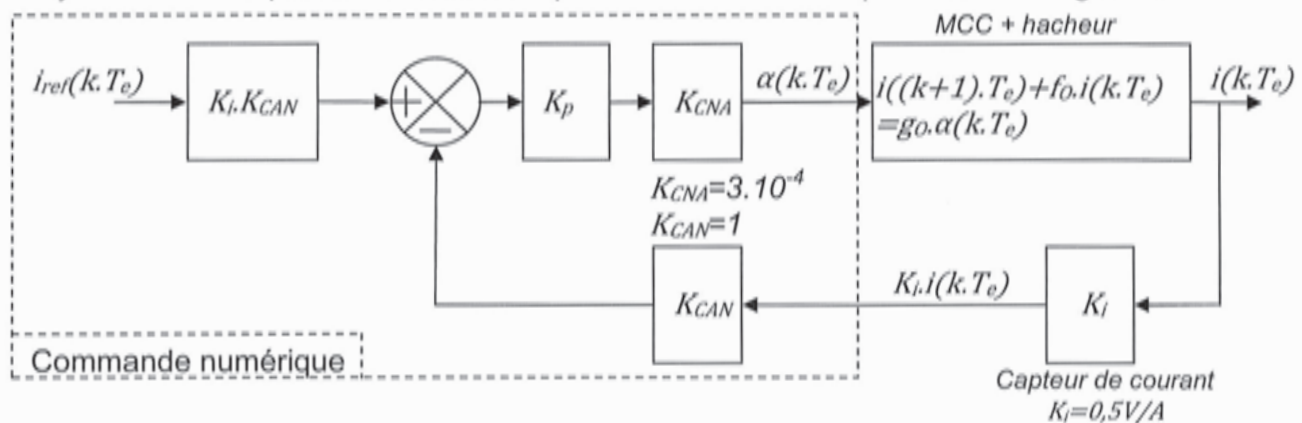


Figure 16 : Schéma bloc de la boucle de courant avec commande numérique et modèle du processus numérique dans le domaine temporel

Question 34 : en utilisant le schéma bloc dans le domaine temporel, fourni Figure 16, déterminer l'équation de récurrence sous forme littérale du système en boucle fermée sous la forme $i((k+1).T_e)+f_F.i(k.T_e)=g_F.i_{ref}(k.T_e)$.

Quels que soient les résultats obtenus précédemment on utilise le modèle de représentation numérique du système en boucle fermée $i((k+1).T_e)+f_F.i(k.T_e)=g_F.i_{ref}(k.T_e)$.

Note : La solution pour $k \geq 0$ et à une excitation en échelon de cette équation de récurrence est la somme :

- du régime transitoire de la forme $K.(-f_F)^k$ avec K une constante qui dépend de la condition initiale ;
- du régime permanent (pour $k \rightarrow \infty$) obtenu à partir de l'équation de récurrence $i((k+1).T_e)=i(k.T_e)$, sous réserve de convergence (ce que l'on cherchera à obtenir pour assurer la stabilité du système bouclé).