

◆

## EPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES I

◆

### L. REMARQUES GÉNÉRALES

L'oral de mathématiques I comporte une première phase de préparation de 30 minutes, suivie d'un exposé au tableau, lui aussi d'une durée de 30 minutes.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables.

En ce qui concerne la répartition des exercices, un tiers concerne le programme d'algèbre, un tiers, celui d'analyse, et un tiers, celui de géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé (soit parce que le candidat a intégralement traité le premier, soit parce qu'il n'arrivait pas à traiter celui-ci), il porte sur une autre partie du programme.

L'oral consiste en un dialogue entre le candidat et l'examinateur. Le rôle de ce dernier est de juger des connaissances et des capacités mathématiques du candidat.

Afin de juger de la performance de celui-ci, l'examinateur prend en compte les éléments suivants (liste non exhaustive) :

- la compréhension du problème posé ;
- les initiatives prises (cerner les difficultés, les nommer, donner des directions pour les surmonter) ;
- la précision du langage et la connaissance précise du cours, la capacité d'envisager différentes méthodes et de réfléchir à leurs utilisations ;
- la justification précise de ce qui est fait ;
- l'organisation et la présentation du tableau, la qualité de l'expression orale.

En fin de planche d'oral, cinq minutes sont réservées à des questions de cours. Parmi les questions posées cette année – entre autres : l'inégalité de Cauchy-Schwarz, la définition d'un produit scalaire, le théorème de Dirichlet, le théorème de Parseval, la convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro, en précisant l'encadrement de la somme, la formule de Taylor-Young, la formule de Taylor avec reste intégral, la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction numérique de classe  $C^2$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^2$ , le théorème des accroissements finis, le théorème de convergence radial, la caractérisation d'un endomorphisme diagonalisable à l'aide des dimensions des sous-espaces propres, définition et propriété de la trace, trace d'un projecteur, formules de Frenet (et utilité), suites adjacentes, définition et caractéristiques des isométries, caractérisation des projecteurs, caractérisation des symétries, ...

La bonne connaissance du cours est prise en compte, de façon non négligeable, dans la note finale attribuée au candidat. Ainsi, des candidats ayant fait une performance très moyenne sur l'exercice, mais ayant répondu parfaitement aux questions de cours, ont pu améliorer leur note. D'autres, de façon très regrettable, ont vu celle-ci diminuer, car ils se sont révélés incapables de répondre aux questions de cours.

Cette année, le jury a été très inquiet face à la proportion élevée de candidats ne connaissant pas leur cours, et incapables de maîtriser des techniques fondamentales comme :

- ✓ la diagonalisation d'une matrice de taille  $3 \times 3$  ;
- ✓ l'étude de la convergence d'une intégrale impropre avec des bornes finies ;
- ✓ la détermination d'un développement limité simple (comme  $t \mapsto \cos(2t)$  au voisinage de  $\frac{\pi}{4}$ ).

Il est clair que, si dès le début d'un exercice, le candidat ne connaît pas le cours correspondant, il ne pourra pas traiter celui-ci (par exemple : étude d'une conique, formules de Taylor, inégalité de Cauchy-Schwarz,...) Nous rappelons à cet effet que l'examineur n'a pas à redonner le cours au candidat ! Il est entièrement normal que les exercices soient basés sur le cours, et cela ne peut en être autrement, même si cela « choque » certains candidats (SIC).

Dans la plupart des cas, afin de ne pas laisser le candidat dans l'incapacité de traiter quoi que ce soit, le jury a proposé un nouvel exercice, en général très simple, portant sur une autre partie du programme, et faisant appel à des connaissances et techniques élémentaires (Cf plus haut, diagonalisation de matrices  $3 \times 3$ , développements limités). Il est à noter que, dans la très grande majorité des cas, les candidats en question se sont révélés incapables de traiter correctement ce qui leur avait été proposé en remplacement. Le jury insiste sur son inquiétude face à de telles lacunes.

Certaines questions de cours, dont on peut retrouver facilement le résultat, ont également été proposées, « en rattrapage », à certains candidats :

- ✓ étant donnée une rotation  $u$  d'axe dirigé par un vecteur unitaire  $a$ , et d'angle de mesure  $\theta$  (modulo  $2\pi$ ), donner l'image d'un vecteur  $x$  orthogonal à l'axe (il est à noter que ce genre de résultat, qui s'obtient de façon immédiate par simple projection, est aussi fondamental à la bonne compréhension et résolution d'un problème de sciences industrielles);
- ✓ l'identité remarquable  $x^n - y^n$  ;
- ✓ la somme des  $n$  premiers termes d'une suite géométrique ;
- ✓ étant donné un nombre complexe non nul  $z$ , interpréter géométriquement  $\arg\left(\frac{1}{z}\right)$  ;

ou encore, un exercice d'application immédiate :

- ✓ étant donné un nombre complexe nul  $z$ , donner les relations entre  $\arg(-z)$ ,  $\arg(-\bar{z})$  et  $\arg(z)$  .

Là encore, face à la proportion anormalement élevée de candidats incapables de donner un résultat correct, le jury manifeste son inquiétude.

Pour le reste des candidats, le jury a noté une grande faiblesse sur les points suivants :

- ✓ une démonstration élémentaire d'analyse (par exemple, faisant appel à l'étude du signe d'un trinôme du second degré, comme  $x^2 - 5x + 6$  ; le calcul de  $\sum_{k=1}^n 1$ , qui soit bloque les candidats, soit donne lieu à des réponses farfelues ou incorrectes) ; certains candidats ne savent même pas ce qu'est un quantificateur (comment, dans ces conditions, peut-on encore les guider sur l'exercice ?) .

Les candidats semblent avoir beaucoup de mal à comprendre l'objet de l'analyse, qu'ils semblent confondre avec l'algèbre élémentaire.

Ils se contentent de faire du calcul et ne s'interrogent jamais sur les domaines de validité des égalités, inégalités écrites ; ils ne font que très rarement la différence entre le local et le global. La plupart ne semble pas avoir compris la notion d'approximation ;

- ✓ L'incapacité à mener clairement à bien une démonstration très simple d'algèbre linéaire, comme, par exemple, montrer que deux sous-espaces vectoriels sont en somme directe, que leur intersection est réduite au singleton  $\{0\}$  , etc ... ;
- ✓ L'incapacité de certains candidats à calculer le volume d'une tranche de sphère (problème pourtant très concret, et traité également en Physique), à trouver l'axe d'une quadrique dont l'équation est déjà réduite, etc, ...

Enfin, quelques remarques sur le déroulement des planches :

- ✓ le jury rappelle qu'un résultat non justifié ne peut être pris en compte, il est donc normal que l'examineur demande au candidat de démontrer les résultats que celui-ci écrit au tableau, si c'est facile à faire, justement, il n'y a pas de raison que le candidat ne le fasse pas. Il est entièrement normal que l'examineur pose autant de questions que nécessaire au candidat, il s'agit d'une évaluation, que l'on ne peut mener à bien si le candidat laisse de côté certains points essentiels du raisonnement ou de la démonstration, quitte à ce que le temps complet de la planche y soit consacré (hors questions de cours).
- ✓ Certains candidats se contentent d'écrire les calculs sans spécifier si ce sont des implications ou des équivalences. Lorsqu'on leur pose la question, leur réponse et leurs hésitations montrent que ce n'est pas toujours très clair pour eux.
- ✓ L'oral n'est pas un cours particulier, l'examineur n'a pas à donner de corrigé en fin de planche !
- ✓ Le jury n'est pas responsable si, soi-disant « le candidat n'a pas eu de cours de maths en première année », etc, etc ..., ou, encore, si le candidat se dit « déstabilisé », « perturbé » parce que, face à sa non connaissance du cours ou son blocage complet sur l'exercice donné, l'examineur lui a proposé un autre exercice, qui porte toujours sur une autre partie du programme, et est toujours très simple.

Les exercices posés à l'oral n'ayant pas tous la même longueur, si le candidat termine son exercice rapidement, l'examineur pourra lui en proposer un deuxième. Même s'il s'agit alors d'un exercice « sans préparation », ce n'est pas pour autant que l'examineur attend une réponse « du tac au tac ». Il est normal que le candidat prenne quelques minutes pour réfléchir à l'énoncé qui lui est proposé. Toute question du candidat pour éventuellement clarifier l'énoncé ou s'assurer qu'il est bien compris est bienvenue. On n'insistera jamais assez sur la nécessité de prendre le temps de la réflexion, sans se lancer immédiatement dans des calculs souvent inutiles.

Enfin, comme l'an passé, le jury tient à souligner que peu de candidats connaissent l'utilité "concrète" des outils qu'ils utilisent (séries de Fourier, développements limités .....), de même que leur origine, et ont tendance à utiliser les mathématiques comme elles le leur ont été apprises, sans se poser de questions. Dans ces conditions, il est clair que l'attrait pour les mathématiques et le raisonnement scientifique en général est affaibli. Le programme officiel de Mathématiques des classes PT insiste pourtant sur le « contenu culturel des mathématiques », qui ne doit pas « être sacrifié au profit de la seule technicité ».

On peut noter plusieurs remarques plus « pratiques » quant au déroulement de l'épreuve pour un nombre significatif de candidats :

- ✓ La présentation et l'utilisation judicieuse du tableau sont des éléments importants dans le déroulement d'une planche d'oral : il faut, tout d'abord, écrire au tableau l'essentiel du sujet ; il est ensuite recommandé de ne pas, au cours de l'épreuve, effacer intempestivement des pans de tableau sans y avoir été invité par l'examineur ; il est souvent arrivé que l'on soit obligé de demander au candidat de réécrire ce qu'il venait d'effacer, car cela s'avérait utile pour traiter la suite de l'exercice.
- ✓ Les candidats ne doivent pas se laisser déstabiliser par une question pouvant sembler « triviale », ou une question de cours durant l'exercice. Ces questions ont souvent pour origine une assertion fautive ou ambiguë, et cherchent à déterminer s'il s'est agi d'un simple lapsus, d'une formulation malheureuse, ou d'un problème de compréhension plus profond.
- ✓ Certains candidats (rares heureusement) sont dans une sorte d'affrontement permanent avec l'examineur, en refusant d'admettre leurs erreurs ... Cette attitude leur est préjudiciable, car ils ne semblent se concentrer que sur cela au lieu de poursuivre l'exercice sereinement en se concentrant sur les conseils ou aides fournis par l'examineur.

## II. REMARQUES PARTICULIERES

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Faire ressortir les résultats essentiels au tableau est aussi important pour l'examinateur qui essaye de suivre, que pour le candidat qui les retrouvera ensuite plus facilement lorsqu'il en aura à nouveau besoin.

Concernant, comme l'an passé, l'étude des courbes, le jury rappelle qu'il est aventureux de vouloir tracer la courbe étudiée sans avoir, au préalable, un tableau de variations, et étudié les branches infinies.

Cela dit, le jury a apprécié, dans d'autres cas, des représentations graphiques très propres et très précises.

Le jury souhaite à nouveau rappeler aux candidats que :

- Une application linéaire n'est pas une fonction.
- «  $f(x)$  » n'est pas une fonction, mais un nombre.
- Un exemple ne constitue pas une démonstration.
- Ce n'est pas parce qu'une fonction est de limite nulle en l'infini qu'elle sera intégrable.
- Pour le théorème de dérivation des intégrales à paramètre, l'hypothèse de domination est trop souvent oubliée, ou, parfois, ne porte pas sur la dérivée partielle.
- Le théorème de Rolle avec ne peut pas s'appliquer si l'hypothèse  $f(a) = f(b)$  n'est pas vérifiée.
- « On a que » n'est pas une expression correcte, et même si les mathématiques ne sont pas une matière littéraire, on attend un raisonnement bien formulé.

## III. CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables.

Ceci dit, l'oral n'est pas une leçon de mathématiques, et si l'examinateur est toujours content d'apprendre des choses au candidat, le but n'est pas de refaire ce qui a été vu pendant l'année ...

Pour terminer, quelques remarques d'ordre non mathématique, mais plutôt de présentation.

La première remarque concerne la gestion du tableau. Concernant certains candidats, cette gestion est calamiteuse.

La durée de l'oral permet de répondre à de nombreuses questions. Il est inutile de se presser, de regarder sans cesse sa montre, de répondre du tac au tac : c'est rarement efficace.

Le jury tient aussi à souligner que faire des dessins pour essayer de comprendre ce qui se passe est une qualité.

Enfin, être impressionné par une épreuve comme celle-ci est normal. L'examineur en a conscience, et fait toujours son possible pour tenter de réduire le stress du candidat. Mais seul un entraînement régulier au cours des années de préparation peut permettre à un candidat d'avoir l'assurance nécessaire pour exposer au mieux ses compétences et les faire apprécier.

*Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.*