Épreuve orale de « *Mathématiques et algorithmique* » de la Banque PT – Rapport 2022

Les futurs candidats trouveront dans ce rapport des remarques et des conseils qui pourraient leur être utiles pour leur futur passage. Ce rapport n'est pas exhaustif et ne met l'accent que sur quelques points jugés importants par l'équipe d'interrogateurs de cet oral. Même si les programmes changent à la prochaine session de la Banque PT, notamment avec l'introduction des *dictionnaires*, de la *programmation dynamique* et de la *manipulation des graphes*, et des exigences moindres en simulation numérique, l'esprit de l'épreuve reste le même avec un fort niveau d'exigence sur les savoirs et savoir-faire de base. Nous suggérons aux futurs candidats de consulter le **site de la Banque PT**, où ils pourront trouver prochainement le nouveau mémento *Python* fourni lors de l'oral ainsi que les nouveaux exercices types d'informatique, comme les rapports des années antérieures comportant à la fois des informations complémentaires en regard du présent rapport et des exercices qui ont été posés lors de sessions antérieures, à titre d'exemples.

1 – Objectifs

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des connaissances des programmes de mathématiques et d'informatique (items 2, 3 et 5) de toute la filière (première et deuxième années), sans oublier celle des connaissances de base du programme des classes du lycée (seconde, première, terminale).

Cette épreuve permet aussi d'examiner :

- l'aptitude du candidat à lire attentivement un sujet et à répondre précisément à la question posée ;
- son aisance à exposer clairement ses idées avec un vocabulaire précis ;
- sa capacité d'initiative et son autonomie et, en même temps, son aptitude à écouter l'interrogateur, à prendre en compte ses indications, à lui demander des précisions si besoin ;
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances et son savoir-faire pour résoudre un problème (par la réflexion et non par la mémorisation de solutions toutes faites) ;
- sa maîtrise des algorithmes et manipulations de base, des calculs sur des nombres entiers, décimaux ou complexes, et du langage de programmation pour mettre en œuvre une solution informatique ;
- sa faculté à critiquer, éventuellement, les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

2 – Modalités de cette épreuve

La durée de cet oral de « *Mathématiques et algorithmique* » est de 1 heure (préparation incluse).

Il comporte deux exercices de durées comparables :

- l'un porte sur le programme de mathématiques des deux années de la filière PTSI/PT (algèbre, analyse, géométrie et probabilités) et se déroule au tableau ;
- l'autre exercice porte sur les items 2, 3 et 5 du programme d'informatique et se déroule sur ordinateur. Pour ce deuxième exercice, les candidats disposent d'un ordinateur (Windows 10, clavier français Azerty) dans lequel sont installés *Python* 3.6 et ses principales bibliothèques (dont **`numpy`**, **`scipy`**, **`matplotlib`**, **`random`**, aides incluses) [1], d'un mémento plastifié en couleurs au format A3, et de feuilles de brouillon, qu'il ne faut pas hésiter à utiliser. **L'environnement de développement** est **`Idle`**, comme annoncé depuis 2014, muni de l'extension **`Idlex`** qui permet notamment d'afficher plus clairement les numéros de ligne, de faire exécuter une partie d'un programme seulement

1. Environnement virtuel Python 3 dédié, construit avec la distribution Miniconda (voir par exemple **Formations Python 3 Arts et Métiers**).

(F9 au lieu de F5), ou de rappeler dans la console une commande déjà saisie (flèches montante et descendante). Quelques candidats ont avoué avoir préparé l'oral avec *Spyder*, *Pyzo* ou autre, ce qui est un peu surprenant. Nous ne pouvons que conseiller de se placer dans les conditions de passage de l'oral tout au long des deux années de préparation.

Pendant chaque exercice, alternent des phases de réflexion et d'écriture du candidat et des phases d'interaction avec l'interrogateur, par le biais éventuel d'une feuille de brouillon pour l'exercice sur ordinateur si cela facilite les échanges.

3 – Organisation

Cette dernière session s'est déroulée dans les locaux de *l'École Nationale d'Arts et Métiers*, 155 boulevard de l'Hôpital, Paris (13^{e}).

4 – À propos de l'oral 2022

Comme lors des sessions précédentes, la plupart des candidats semblaient bien préparés à cette épreuve. Cependant, l'équipe d'interrogateurs a pu observer cette année comme en 2021 des lacunes très inhabituelles de trop nombreux candidats, en particulier en algèbre linéaire avec des manques évidents sur le vocabulaire et les concepts de base (matrice inversible, symétrique, triangulaire ou diagonalisable, rang d'une application linéaire, base d'un sous-espace vectoriel, définition des valeurs, vecteurs et sous-espaces propres). La cause majeure en est sans doute l'accumulation des perturbations significatives engendrées par la pandémie ces dernières années. Espérons que tout sera rentré dans l'ordre dès la prochaine session en 2023.

5 – Conseils généraux

Lors d'une épreuve orale, le candidat doit être extrêmement vigilant :

- Lire attentivement le sujet et bien écouter une question dans le détail permet de répondre à la question effectivement posée ; même si c'est de moins en moins dans l'air du temps, cette exigence de précision est indispensable ; il ne sert à rien de se précipiter dans un calcul ou l'écriture d'un code sans s'être assuré d'avoir lu et compris l'intégralité de la question, éventuellement en demandant une confirmation à l'interrogateur.
- Écouter les consignes de l'interrogateur est en général utile ; il vaut mieux attendre qu'il ait terminé avant de répondre ; de même, une consigne du style « *je vous laisse continuer* » signifie que la phase d'échanges est terminée et que le candidat doit poursuivre sa réflexion.
- Lorsqu'une indication est donnée pour aider le candidat, il faut savoir l'écouter et réagir à celle-ci, par exemple en la reformulant pour vérifier qu'on l'a bien comprise.
- La capacité du candidat à s'exprimer clairement avec un vocabulaire précis est évidemment un critère important d'évaluation.

Ces capacités d'attention, d'écoute et de réaction sont des éléments d'évaluation. De manière générale, la passivité, l'attentisme, le mutisme, ou l'obstination dans une voie infructueuse sont déconseillés lors de l'oral.

Les exercices posés sont tous issus de banques d'exercices sur lesquelles l'équipe d'interrogateurs travaille tout au long de l'année, notamment en faisant le bilan de chaque session d'oraux. Ces exercices sont de longueurs variables et assez souvent trop longs. Il est donc important de rappeler que l'objectif poursuivi est l'évaluation par l'interrogateur des capacités de chaque candidat grâce à l'exercice proposé, et non pas que le candidat termine nécessairement l'exercice.

L'oral, contrairement à une « *colle* », ne sert qu'à évaluer les capacités du candidat et non plus à participer à sa formation ; des indications seront en général données par l'interrogateur si le candidat reste bloqué trop longtemps, ou si celui-ci demande de l'aide par des questions dont il reconnaît implicitement ignorer la réponse (exemples : « *Est-ce que je peux utiliser tel théorème ?* », ou « *Pourquoi la figure ne s'affiche-t-elle pas ?* »). Il est évidemment préférable, lorsqu'on sollicite de l'aide, d'expliquer les pistes envisagées et les raisons pour lesquelles elles ne semblent pas déboucher, plutôt que de se contenter de dire « *Je ne vois pas.* » ou « *Ça ne marche pas.* ».

Contrairement à une « *colle* », le candidat ne doit pas s'attendre à ce qu'on lui donne la solution à la fin de l'épreuve ni que l'on émette de commentaire ; le respect strict des horaires, pour garantir l'égalité de traitement entre les candidats, peut entraîner l'arrêt d'un exercice d'une manière abrupte, ou que l'on demande à un candidat de se dépêcher, sans que cela puisse donner sujet à interprétation sur l'évaluation elle-même.

Quelques détails utiles en mathématiques comme en informatique :

- Une bonne maîtrise des nombres complexes, de leurs différentes représentations (tant mathématique qu'informatique) et de leur manipulation est requise ; leur utilisation et leur manipulation en tant qu'affixes de points du plan, permettant d'éviter de revenir systématiquement aux coordonnées, peut s'avérer très efficace (exemples : affixe du milieu de deux points, distance entre deux points) ; les interprétations géométriques du module, de l'argument, des parties réelles et imaginaires, du conjugué d'un nombre complexe doivent donc être connues.
- En géométrie dans le plan, on doit être capable de construire et/ou de manipuler les coordonnées de points et de vecteurs, de calculer la longueur d'un segment (en repère orthonormé) et les coordonnées de son milieu, les coordonnées des sommets d'un polygone usuel – en vue par exemple de faire tracer les côtés de ce polygone à l'écran –, l'aire de polygones usuels (triangle, trapèze, carré, rectangle, parallélogramme) ; le rôle du déterminant de deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ du plan (et aussi, dans l'espace, de leur produit vectoriel) est trop souvent méconnu pour caractériser l'alignement des 3 points, la colinéarité des vecteurs, l'aire du parallélogramme $ABDC$ et, conséquemment, celle du triangle ABC.

6 – Conseils pour l'exercice de mathématiques

6.1 – Généralités

- L'oral n'est pas un écrit sur tableau ; les justifications et commentaires doivent être donnés au moment où l'on est interrogé ; le temps étant limité, il est inutile d'écrire de longues phrases, notamment pour justifier une linéarité ou une continuité triviales, et encore moins lire à voix haute voire de recopier l'énoncé que l'interrogateur et le candidat connaissent tous les deux.
- Le candidat doit être précis dans ses propos, et, en particulier lorsqu'il énonce une définition, une propriété ou un théorème au programme de mathématiques, il doit énoncer l'ensemble des hypothèses sans en oublier ; le jury attend d'un candidat qu'il connaisse les résultats au programme.
- Un exercice de mathématiques ne peut se résumer à l'application d'une recette toute faite ; au lieu de se précipiter vers l'utilisation d'un théorème, d'une règle ou d'une technique, chaque candidat devra se poser la question : « *la méthode que je veux mettre en œuvre est-elle bien adaptée au problème que je veux résoudre ? En particulier, les hypothèses nécessaires sont-elles bien satisfaites ?* » ; par exemple, lorsque j'écris l'équation caractéristique pour une suite récurrente ou une équation différentielle, suis-je bien dans le cas d'un problème linéaire à coefficients constants ? De même, lorque je veux étudier la convergence d'une suite ou d'une série, ai-je bien recensé ses propriétés élémentaires (positivité, monotonie, type répertorié ou non, etc.) avant de choisir telle ou telle méthode (majoration par une suite ou série convergente, minoration par une suite ou série divergente, critère de d'Alembert, etc.) ? Ou encore, lorsqu'on me demande d'étudier la continuité ou la dérivabilité

de $x \mapsto \displaystyle\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$ ou de $\theta \mapsto \displaystyle\int_{-\cos(\theta)}^{cos(\theta)} f(t)\,\mathrm{d}t$, suis-je bien dans le cas d'application des théorèmes sur les intégrales à paramètre ?

- On attend par conséquent d'un candidat qu'il soit capable d'identifier et de décrire précisément le type de problème à résoudre.
- Et ensuite qu'il maîtrise les techniques de calcul adaptées en connaissant les concepts sous-jacents ; par exemple, maîtriser le procédé de calcul puis de recherche des racines du polynôme caractéristique ne dispense pas de connaître les définitions de valeur propre et de sous-espace propre ; lorsque plusieurs procédés de calcul sont possibles, par exemple pour la résolution d'un système linéaire ou la détermination du rang d'une matrice (méthode du pivot, substitution, combinaisons linéaires, etc.), le candidat peut utiliser celui qu'il préfère à condition d'être efficace.
- Les candidats doivent s'attendre à être interrogés sur la nature des objets qu'ils manipulent ; ils doivent pouvoir dire s'ils manipulent un nombre, une fonction, un vecteur ; par exemple, il n'est pas acceptable à ce niveau de confondre intégrale et primitive, ou de confondre équation cartésienne et représentation paramétrique.

6.2 – Algèbre linéaire

- En algèbre comme ailleurs, on doit veiller à utiliser un vocabulaire précis et à éviter les confusions. Nous avons pu déplorer trop souvent en 2022 une confusion incompréhensible entre matrice inversible et matrice diagonalisable.
- Les notions liées aux sous-espaces vectoriels (s.e.v. supplémentaires, s.e.v. engendrés par une famille de vecteurs, etc.) doivent être mieux connues.
- Les liens entre les notions de valeur propre, de rang, de noyau, gagneraient en général à être mieux assimilés ; par exemple, les équivalences entre $\det(A) \neq 0$ et $\ker(A) = \{\mathbf{0}_E\}$, entre $\dim(\ker(A)) \geqslant 1$ et « 0 *est valeur propre de* A », entre « le vecteur non nul $\mathbf{u}$ est invariant par l'endomorphisme f » et « $\mathbf{u}$ *est vecteur propre de* f *pour la valeur propre* 1 ».
- Rappelons également que la détermination des valeurs propres d'une matrice triangulaire ne nécessite pas le calcul du polynôme caractéristique.
- Le calcul littéral sur les matrices et les vecteurs doit être maîtrisé, pour caractériser par exemple une matrice symétrique, une matrice orthogonale, un vecteur propre d'une matrice et la valeur propre associée, un produit scalaire associé à une matrice ; l'écriture générale sous forme de somme du produit d'une matrice par un vecteur doit être connue.
- Rappelons enfin que la notation $\mathcal{A}^\top$ pour la transposée de la matrice $\mathcal{A}$ a été introduite dans le programme actuel de 2013 et est la seul admise dans le nouveau programme de 2021. Jusqu'en 2022, l'ancienne notation et celle-ci étaient acceptées.

6.3 – Analyse

- Les candidats qui pensent à utiliser un développement limité à bon escient, notamment lorsqu'un simple équivalent ne suffit pas, sont en général positivement évalués ; il est par conséquent conseillé de connaître les développements limités usuels (comme celui de $x \mapsto (1+x)^\alpha$ au voisinage de 0, par exemple).
- L'écriture $\lim\limits_{x\to a} f(g(x)) = f\left(\lim\limits_{x\to a} g(x)\right)$ doit être justifiée clairement, même si la fonction f est une fonction usuelle.

6.4 – Intégration

- Lorsqu'on étudie l'intégrabilité d'une fonction sur un intervalle, penser à regarder en premier lieu si celle-ci est continue sur l'intervalle fermé ou, à défaut, sur l'intervalle ouvert, avant de détailler les problèmes éventuels aux bords.
- Pour montrer que deux intégrales sont égales, l'intégration par parties n'est pas systématique ; il faut penser aussi à des changements de variables simples du type $x = \pi/2 - t$ ou $x = 1/t$.
- De trop nombreux candidats mélangent le *Théorème fondamental du calcul intégral* et les théorèmes sur les intégrales dépendant d'un paramètre.

6.5 – Suites et séries

- Pour l'étude de la convergence d'une suite, bien penser à regarder la monotonie et à rechercher des minorants et majorants éventuels.
- Les suites récurrentes doivent être maîtrisées, ce qui est heureusement souvent le cas mais pas toujours.
- Les séries géométriques doivent être parfaitement maîtrisées, ce qui est heureusement très souvent le cas. Leur somme ainsi que leur somme partielle doivent être connues.
- Le critère de d'Alembert ne fonctionne pas toujours ; il doit parfois être adapté intelligemment, par exemple pour les séries où les termes de rangs pairs (ou impairs) sont tous nuls.
- L'écriture $\lim\limits_{n\to\infty} f(u_n) = f\left(\lim\limits_{n\to\infty} u_n\right)$ doit être justifiée clairement, même si la fonction f est une fonction usuelle.
- La recherche de solution développable en série entière d'une équation différentielle fait partie des attendus de cette épreuve.

6.6 – Géométrie dans le plan

- De nombreux sujets de géométrie sont posés, y compris parmi les exercices d'informatique. C'est une particularité de la filière PT. Il est plus que conseillé de faire un dessin lisible ; cela permet de mieux comprendre le sujet, et est très apprécié par les examinateurs.
- Les sujets de géométrie utilisent fréquemment la trigonométrie ; il convient donc de pouvoir donner rapidement les formules utiles à l'exercice, et aussi d'être capable d'étudier des fonctions trigonométriques simples, qui paramètrent souvent les courbes.
- Il faut surtout que les candidats, au lieu de se précipiter sur les calculs, mettent en place une démarche de résolution et annoncent à l'examinateur la liste des tâches pour arriver à la solution du problème posé.
- Trop peu de candidats ont réussi à mener à bien l'étude d'une courbe paramétrée, vraisemblablement par manque de pratique ; la réduction du domaine d'étude et la mise en évidence de symétries doivent être maîtrisées, ainsi que l'étude des points singuliers, ce qui est fort heureusement assez fréquent.
- Il sera apprécié qu'un candidat sache paramétrer simplement une conique définie par son équation cartésienne réduite.
- Comme indiqué en préambule, il en sera de même pour la signification géométrique du déterminant de deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

6.7 – Fonctions de plusieurs variables et géométrie des courbes et surfaces

Pour la géométrie dans le plan et dans l'espace, la distinction entre équation cartésienne et représentation paramétrique doit être claire pour tout candidat, ainsi que le passage aux éléments géométriques de la courbe ou de la surface (vecteur directeur, vecteur normal, droite et plan tangents, etc.). Cela s'applique en particulier aux éléments géométriques de base que sont les droites, les cercles, les ellipses, les plans, les cylindres ou les sphères.

Liées aux notions de champs, de courbes et de surfaces, les fonctions de plusieurs variables sont indispensables, notamment en ingénierie mécanique.

En particulier, il est nécessaire de :

- savoir étudier leur continuité (ou plus généralement leur régularité $\mathcal{C}^1$) ;
- connaître la définition de ses dérivées partielles et savoir les calculer ;
- savoir utiliser la *règle de la chaîne* (dans le programme PT : « *Calcul des dérivées partielles d'ordres 1 et 2 de* $(u,v) \mapsto f(x(u,v),y(u,v))$ ») ;
- savoir passer en coordonnées polaires (changement de variables) ;
- savoir déterminer les points critiques et leur nature ;
- savoir déterminer la tangente et la normale à une courbe ainsi que le plan tangent à une surface, à partir d'équations cartésiennes ou de représentation paramétrique.

6.8 – Équations différentielles linéaires

- La résolution d'équations différentielles linéaires à coefficients constants avec second membre doit être maîtrisée, ce qui est heureusement très souvent le cas.
- Les équations différentielles linéaires du premier ordre sans second membre et à coefficients non constants doivent aussi être maîtrisées.

6.9 – Probabilités

- Encore plus qu'ailleurs, il faut lire attentivement l'énoncé et être précis dans son vocabulaire ; un minimum de formalisme est attendu.
- Les lois de probabilités usuelles (uniforme, Bernoulli, géométrique, binomiale, Poisson) et leurs caractéristiques sont souvent bien connues mais pas toujours.
- On apprécie qu'un candidat justifie naturellement un résultat obtenu (probabilités totales, conditionnelles, etc.) et donne des définitions correctes, notamment celle de l'indépendance de deux évènements, ou de deux variables aléatoires. Savoir prononcer le terme « *système complet d'évènements* » ou « *formule des probabilités totales* » est bien, mais il est nettement mieux d'être en mesure de détailler de quoi il s'agit.

7 – Conseils pour l'exercice d'algorithmique/simulation numérique

Les candidats sont en général bien formés et le nombre d'excellents candidats est toujours en augmentation. Cependant, quelques candidats étaient cette année en grande difficulté, sachant à peine faire la distinction entre la console et l'éditeur dans l'environnement `Idlex`. De trop nombreux candidats, qui semblaient pourtant maîtriser les bases, ont avoué spontanément qu'ils ne connaissaient pas la manipulation des chaînes de caractères, ce qui est pour le moins surprenant.

7.1 – Conseils généraux

- Lire attentivement l'énoncé ; il arrive très souvent que plusieurs phrases introductives présentent le contexte de l'exercice ; ne pas hésiter à solliciter l'interrogateur si on a le moindre doute, pour clarifier le problème et éviter tout contresens qui pourrait induire des réponses « *hors sujet* ».
- Sauf indication contraire de l'énoncé, **toutes les fonctionnalités de Python 3 sont permises** (fonctions intrinsèques `sum`, `max`, `min`, `sorted` entre autres, l'instruction « `x in L` » qui donne un booléen indiquant si l'objet `x` est dans l'itérable `L` ou pas, etc.) ; cela ne dispense pas le candidat d'être capable de répondre s'il est interrogé sur un algorithme de base.
- Lorsqu'un candidat crée ou manipule un objet élémentaire, il doit être capable de préciser son type (entier, flottant, complexe, booléen, chaîne de caractères, liste, tuple, vecteur, matrice, etc.), les opérations et fonctions spécifiques qui peuvent lui être appliquées, et pouvoir justifier son choix de type d'objet ; les confusions *entier–flottant*, *liste–vecteur*, et *liste de listes–matrice* sont encore trop fréquentes.
- En règle générale, le travail demandé est à écrire dans l'éditeur de programme, qu'il s'agisse de définir puis de tester une fonction, de créer directement des objets ou de faire tracer une courbe ou un nuage de points ; quelques candidats n'écrivaient dans leur programme que des fonctions, même lorsque ce n'était pas demandé, et tout le reste dans la console, ce qui montre une méconnaissance de ce qu'est réellement un programme informatique.
- Ne pas hésiter cependant à utiliser la console (l'interpréteur) pour effectuer des vérifications ou des tests complémentaires, contrôler la nature et l'état d'un objet, ou consulter l'aide.
- Si quelques lignes de code sont proposées à la compréhension, il est conseillé au candidat de taper ce code et de le comprendre en modifiant certains paramètres ; expliquer un code n'est pas le lire mot à mot mais décrire globalement ce qu'il fait et à quoi il sert.
- Ne pas hésiter à utiliser le brouillon mis à disposition avant de se jeter trop rapidement dans la programmation ou pour décrire l'ébauche d'un algorithme à l'interrogateur.
- Ne pas négliger les premières questions : elles contiennent le plus souvent des éléments de réponse pour la suite, voire des rappels.
- Ne pas hésiter à utiliser le mémento, surtout si le conseil en est donné par l'interrogateur.
- Il est indispensable de savoir utiliser les instructions `help` et `numpy.info` : il est normal de ne pas connaître toutes les fonctions apparaissant dans les exercices ; le nom de la fonction à utiliser est très souvent suggéré dans l'énoncé, notamment si cette fonction n'apparaît pas dans le mémento, et il faut donc savoir se renseigner à son sujet et faire des tests élémentaires. Cela fait partie des compétences évaluées.
- Il faut savoir mettre en œuvre une démarche en cas d'erreur : faire des tests élémentaires dans la console, insérer des `print` dans un programme pour contrôler pas à pas son exécution, lire attentivement et savoir utiliser les messages d'erreurs (lecture de bas en haut, savoir par exemple que « `...index out of range` » est lié à un problème de numérotation dans un objet indexé, que « `...object is not callable` » indique un problème de parenthèses et que « `...object is not subscriptable` » indique un problème de crochets), etc. Il s'agit d'une compétence valorisée par le jury.
- La manipulation des entiers est indispensable en informatique et il est essentiel de connaître la numération en bases 10 et 2, ainsi que le passage de l'une à l'autre ; le quotient `//` et le reste `%` de la division euclidienne sont en général bien maîtrisés, même si la confusion avec la division flottante `/` subsiste parfois.
- Le traitement des chaînes de caractères fait aussi partie des capacités exigibles, avec une distinction claire entre `ma_chaine` (nom d'un objet) et `'ma_chaine'` (chaîne de caractères), en particulier lorsqu'il s'git du nom ou du chemin d'un fichier ; la connaissance des méthodes `split`, `strip`,

`replace` peut s'avérer utile pour la lecture de données structurées dans un fichier ASCII ; nous avons pu déplorer trop souvent cette année le mauvais réflexe de convertir une chaîne en liste dans l'idée de se ramener à un type mieux connu, sans avoir conscience des complications que cela peut engendrer.

- L'effort doit être poursuivi dans la lecture d'un fichier texte se trouvant dans un sous-répertoire du répertoire courant ; le plus souvent, le candidat aura à extraire des données numériques à partir de ce fichier ; dans le cas où le fichier contient un texte comportant des lettres accentuées, il est systématiquement encodé selon la norme internationale et multiplateforme UTF-8 ; le rajout de l'option « `encoding='UTF8'` » lors de l'ouverture du fichier est alors en général indiqué dans l'énoncé ou, à défaut, par l'interrogateur ; ce détail ne peut entraîner aucune pénalité.

- La numérotation des éléments, le découpage (`nom[`a`:`b`]`) et la concaténation des chaînes de caractères comme des listes doivent être aussi maîtrisés, dont l'utilisation de l'indexation négative qui ne nécessite pas de connaître le nombre d'éléments (`nom[-1]` pour le dernier élément, `nom[-2]` pour l'avant-dernier, `nom[-3:]` pour les trois derniers, `nom[:-3]` pour tout prendre sauf les trois derniers, etc.).
  Attention – Une erreur trop fréquemment rencontrée dans le cas d'un tableau `T` à deux indices : les écritures `T[:][j]` et `T[:,j]` ne sont absolument pas équivalentes, contrairement à `T[i][j]` (écriture compatible avec une représentation en liste de listes) et `T[i,j]` ; écrire `T[:][j]` revient à extraire `T[j]` la ligne d'indice `j` alors que `T[:,j]` permet d'extraire la colonne d'indice `j`.

- La vérification de la conformité des paramètres d'une fonction (par `assert` et/ou des tests) ainsi que le rajout d'un `docstring` ne sont en général pas demandés et font perdre un temps précieux dans le cadre de cet oral en temps limité, même s'ils peuvent être dans un tout autre contexte légitimement préconisés (développement logiciel).

- En revanche, **une fonction doit toujours être testée** de façon appropriée, soit dans l'éditeur (F5 ou F9), soit dans la console, comme cela est spécifié dans l'en-tête de chaque énoncé.

- Préférer une boucle `for` à un `while` quand le nombre d'itérations est connu à l'avance. Préférer également une boucle non indexée « `for objet in iterable` » à une boucle indexée « `for i in range(len(iterable))` » lorsque la connaissance de l'indice i ne sert à rien ; les interruptions de boucle par `return ...`[2] ou même par `break` sont autorisées, à condition de bien faire attention à l'indentation et de pouvoir justifier celles-ci sur le plan algorithmique.

- Comme on le fait en général en mathématiques, réserver les noms `i`, `j`, `k`, `m`, `n` à des entiers et en particulier à des indices, et par conséquent éviter d'écrire « `for i in L` » si `L` ne désigne pas une séquence d'entiers ; ce dernier point est parfois révélateur d'une **confusion** encore trop souvent observée **entre l'objet** (sa valeur s'il s'agit d'un nombre) **et son indice** (sa position dans la séquence).

- Même dans le cadre des nouveaux programmes, il sera toujours nécessaire de savoir tracer la courbe représentative d'une fonction sur un intervalle, une courbe paramétrée ou un nuage de points ; dans le cas du tracé d'une courbe, il faudra prendre garde à obtenir une bonne résolution en prenant un nombre suffisant de valeurs ; on ne peut pas en aucun cas se contenter de quelques valeurs et encore moins de ne prendre que des valeurs entières comme on a pu l'observer hélas encore trop souvent.

2. Noter que `return` est bien un mot-clef du langage Python et non pas une fonction. Lors des sessions 2021 et 2022, de nombreux candidats ont écrit « `return(a)` » au lieu de « `return a` », ce qui n'est pas faux mais très inhabituel. Lorsque la fonction renvoie plusieurs objets, les écritures « `return (a, b, ...)` » et « `return a, b, ...` » sont équivalentes.

7.2 – Gestion du temps

Quelques candidats perdent un temps considérable avec des pratiques peu adaptées pour une épreuve de 30 minutes :

- Il est bon de connaître et de savoir utiliser par exemple les fonctions intrinsèques `min`, `max`, `sum`, `sorted`, les méthodes **`append`**, **`extend`**, **`sort`**, **`index`** pour les listes, les méthodes **`min`**, **`max`**, **`argmin`**, **`argmax`**, **`sum`**, **`mean`**, **`std`**, **`transpose`**, **`conjugate`**, ... pour les tableaux **`numpy.ndarray`** (**`T.real`** et **`T.imag`** aussi pour un tableau de complexes) ; ces méthodes existent aussi sous forme de fonctions dans le module **`numpy`**.
- Les techniques de *slicing* peuvent être utilisées :
  - ◇ « **`U[ debut : fin : pas ]`** » pour une séquence (liste, chaîne de caractères, vecteur, etc.) ;
  - ◇ « **`M[ Ldeb : Lfin : dL , Cdeb : Cfin : dC ]`** » pour une matrice (tableau à 2 indices).

  Ce dernier point particulièrement important fait l'objet d'un encadré spécifique dans le mémento fourni aux candidats.
- Il a encore été observé cette année un abus de la méthode **`append`** pour créer des séquences très simples. Des exemples caricaturaux observés plusieurs fois :

```
L = []
for i in range(9) :
    L.append(i)
```

ou

```
L = [ i for i in range(9) ]
```

au lieu de

```
L = list(range(9))
```

```
L = []
for x in np.linspace(-1.2, 3.2, 441) :
    L.append(x)
V = np.array(L)
```

au lieu de

```
V = np.linspace(-1.2, 3.2, 441)
```

- Même si les listes en compréhension ne sont pas exigibles, leur utilisation maîtrisée permet de gagner en efficacité et en lisibilité ; de nombreux candidats les ont utilisées en 2022.
- Ne pas hésiter à réutiliser les fonctions créées dans les questions précédentes, ou même à créer de petites fonctions intermédiaires si cela peut être utile ; les exercices sont très souvent structurés dans cet esprit.
- L'effort pour éviter les écritures redondantes contenant des booléens doit être poursuivi ; par exemple, si une fonction **`test`** a été définie précédemment et que **`test(a,b)`** donne un booléen, on écrira :

```
B = test(a,b)
```

et non pas

```
if test(a,b) == True :
    B = True
else :
    B = False
```

De même, si `B` désigne un booléen, on privilégiera l'écriture « `not B` » à « `B == False` » ou encore « `B != True` ».

7.3 – Algorithmique

- Avant toute chose, respecter impérativement le principe de base : « **Ne pas appeler plusieurs fois la même fonction avec les mêmes arguments** » ; son non-respect montre une mauvaise compréhension de l'algorithmique et de la programmation de la part du candidat ; ce défaut a pu être observé hélas chez des candidats qui par ailleurs avaient une bonne pratique de la programmation.

Un exemple caricatural à ne surtout pas suivre, en supposant que la fonction `points` renvoie une liste de couples de coordonnées :

```
X, Y = [], []
for i in range( len( points(50, -1.2) ) ) :
    X.append( points(50, -1.2)[i][0] )
    Y.append( points(50, -1.2)[i][1] )
plt.plot(X, Y, "sr")
```

où l'on répète inutilement le même calcul de `points(50, -1.2)`, au lieu d'écrire plus simplement et en ne faisant qu'une seule fois le calcul :

```
P = points(50, -1.2)
plt.plot([p[0] for p in P], [p[1] for p in P], "sr")
```

ou encore, sans utiliser de liste en compréhension :

```
P = points(50, -1.2)
X, Y = [], []
for xi,yi in P :
    X.append( xi )
    Y.append( yi )
plt.plot(X, Y, "sr")
```

- Les algorithmes du cours et leurs coûts de calcul doivent être connus (algorithmes de tri, méthodes par dichotomie, de Newton, d'Euler, des trapèzes, pivot de Gauss, algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, algorithme d'Euclide, etc.). Leur connaissance est fréquemment évaluée.
- Cela ne suffit pas ; il faut aussi maîtriser des algorithmes simples, comme par exemple : l'extraction d'éléments d'une liste ou d'une chaîne selon un critère donné ; la subdivision d'un intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles de même longueur ; l'extraction de toutes les sous-listes ou sous-chaînes de taille k ; l'extraction des éléments distincts d'un objet itérable ; la détermination du rang de la première répétition dans un objet itérable ; calcul de moyenne et extraction de fréquences d'apparition à partir d'une liste de valeurs tirées au hasard (modules `random` ou `numpy.random`) ; ou encore l'extraction à partir d'un entier de la liste de ses chiffres en écriture décimale.
- La distinction claire entre *algorithme récursif* et *algorithme itératif* doit être acquise ; dans l'écriture d'une fonction récursive, un soin particulier doit être porté à la condition d'arrêt.
- L'utilisation d'une boucle `while` nécessite de : s'assurer de sa terminaison, par l'évolution d'au moins une variable de boucle, en rajoutant éventuellement un contrôle fixant le nombre maximum d'itérations ; de bien faire la distinction entre la condition de poursuite de la boucle et la condition d'arrêt, sa négation ; et de penser enfin à reculer d'un cran en sortie de boucle dans les cas qui l'exigent. Nous avons pu déplorer en 2022 chez quelques rares candidats un mélange étrange de `while` et de `for` sans queue ni tête.

8 – Analyse des résultats

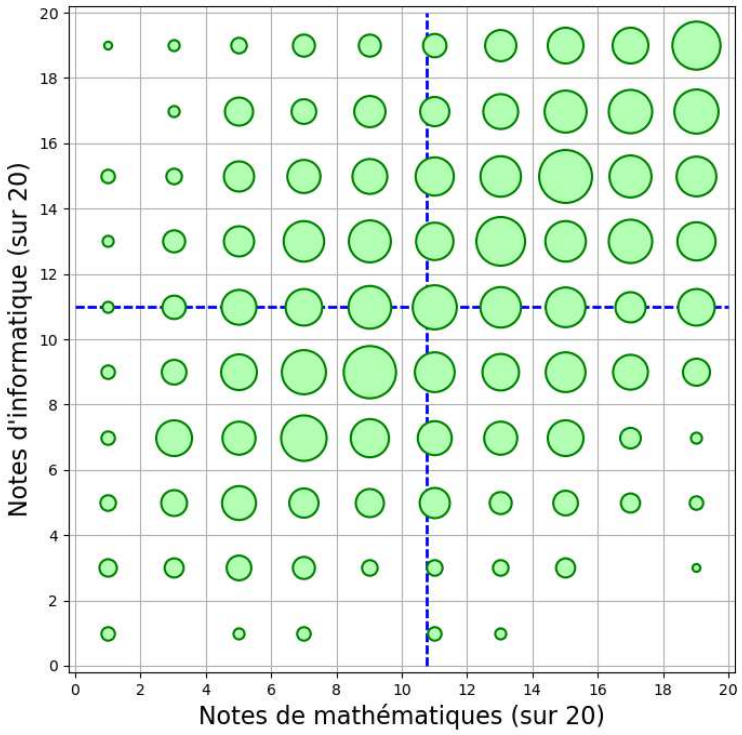
En 2022, 1552 candidats ont passé l'oral de « *Mathématiques et algorithmique* ». Chacun des 12 jours de l'oral, les 5 à 9 jurys se sont efforcés de poser des exercices balayant l'ensemble du programme, tant en mathématiques qu'en algorithmique et simulation numérique.

Ainsi, 203 exercices différents d'analyse et de probabilités ont été proposés à 822 candidats contre 161 exercices différents de géométrie et d'algèbre proposés à 730 candidats.

148 exercices différents d'informatique à dominante algorithmique ont été posés à 929 candidats, contre 151 exercices à dominante « *simulation numérique* » pour 623 candidats.

Les statistiques sur les notes sont les suivantes[3] :

Oral 2022	**Note (sur 20)**	Math. (sur 20)	Algo. (sur 20)
Moyenne	**10,80**	10,68	10,92
Écart-type	**3,98**	5,03	4,58
Minimum	1	0	0
Maximum	20	20	20



Distribution des notes 2022

Éric Ducasse, Coordonnateur de l'épreuve orale de « *Mathématiques et algorithmique* » de la Banque PT, Le 15 juillet 2022.
eric.ducasse@ensam.eu

remplacé à compter du 1er septembre 2022 par Thomas Milcent
thomas.milcent@ensam.eu

3. Rappelons que seule la note globale est communiquée au candidat.